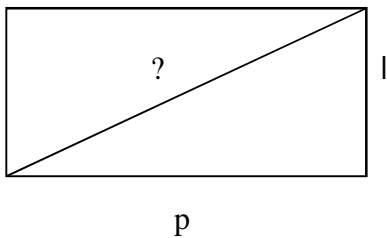


SOAL DAN PEMBAHASAN
UJIAN NASIONAL
SMA/MA IPA
TAHUN PELAJARAN 2005/2006

1. Sebidang tanah berbentuk persegi panjang dengan luas 180m^2 . Jika perbandingan panjang dan lebarnya sama dengan 5 berbanding 4, maka panjang diagonal bidang tanah tersebut adalah....

- A. 9m C. $6\sqrt{41}$ m E. 81 m
 B. $3\sqrt{41}$ m D. $9\sqrt{41}$ m

Jawab:



$$L = p \times l = 180 \text{ m}^2$$

$$\text{Panjang diagonal} = \sqrt{p^2 + l^2}$$

$$p : l = 5 : 4 \rightarrow p = \frac{5}{4} l$$

$$p \times l = \frac{5}{4} l \cdot l = \frac{5}{4} l^2 = 180$$

$$l^2 = \frac{180 \cdot 4}{5} = \frac{720}{5} = 144$$

$$l = \sqrt{144} = 12$$

$$p = \frac{5}{4} l = \frac{5}{4} \cdot 12 = 15$$

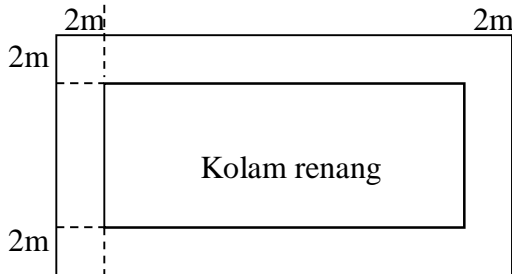
$$\text{maka panjang diagonal} = \sqrt{15^2 + 12^2} = \sqrt{225 + 144} = \sqrt{369} = \sqrt{9 \cdot 41} = 3\sqrt{41}$$

Jawabannya adalah B

2. Suatu area berbentuk persegi panjang, di tengahnya terdapat kolam renang berbentuk persegi panjang yang luasnya 180m^2 . Selisih panjang dan lebar kolam adalah 3m. Di sekeliling kolam dibuat jalan selebar 2m. Maka luas jalan tersebut adalah...

- A. 24m^2 C. 68m^2 E. 124m^2
 B. 54m^2 D. 108m^2

Jawab:



Luas jalan = Luas area – Luas kolam

Luas area = panjang area x lebar area

panjang area = $2 + 2 +$ panjang kolam

lebar area = $2 + 2 +$ lebar kolam

cari panjang kolam dan lebar kolam:

Luas kolam = 180 m^2

Panjang kolam(pk) = Lebar kolam(lk) + 3

Luas kolam = panjang kolam x lebar kolam

$$= (lk + 3) \cdot (lk)$$

$$= lk^2 + 3 lk = 180$$

$$lk^2 + 3 lk - 180 = 0$$

$$(lk+15)(lk-12)= 0$$

lk = -15 (tidak berlaku) atau lk =12

nilai lk = 12

$$pk = lk+3$$

$$= 12 + 3 = 15$$

panjang area = $4 + 15 = 19$

lebar area = $4 + 12 = 16$

$$\text{Luas area} = 19 \cdot 16 = 304$$

$$\text{Luas jalan} = 304 - 180 = 124 \text{ m}^2$$

Jawabannya adalah E

3. Harga 2 kg mangga, 2 kg jeruk dan 1 kg anggur adalah Rp. 70.000,00, dan harga 1 kg mangga, 2 kg jeruk dan 2 kg anggur adalah Rp. 90.000,00, jika harga 2 kg mangga, 2 kg jeruk dan 3 kg anggur Rp. 130.000,00, maka harga 1 kg jeruk adalah....

- A. Rp. 5000,00 C. Rp.10.000,00 E. Rp.15.000,00
B. Rp. 7500,00 D. Rp.12.000,00

Jawab:

misal : $x = \text{mangga}$; $y = \text{jeruk}$; $z = \text{anggur}$

$$2x + 2y + z = 70000 \dots\dots (1)$$

$$x + 2y + 2z = 90000 \dots\dots (2)$$

$$2x + 2y + 3z = 130000 \dots\dots (3)$$

ditanya $x = ..?$

subst (1) dan (2)

eliminasi x:

$$\begin{array}{r} 2x + 2y + z = 70000 \quad \times 1 \quad 2x + 2y + z = 70000 \\ x + 2y + 2z = 90000 \quad \times 2 \quad \underline{2x + 4y + 4z = 180000} \quad - \\ \hline -2z - 3z = -110000 \Leftrightarrow 2y + 3z = 110000 \dots\dots (4) \end{array}$$

subs (1) dan (3)

eliminasi x:

$$\begin{array}{r} 2x + 2y + z = 70000 \\ \underline{2x + 2y + 3z = 130000} \quad - \\ \hline -2z = -60000 \Leftrightarrow 2z = 60000 \\ z = 30000 \end{array}$$

masukkan ke dalam pers (4)

$$\begin{array}{l} 2y + 3z = 110000 \\ 2y + 3 \cdot 30000 = 110000 \\ 2y = 110000 - 90000 \\ 2y = 20000 \\ y = 10000 \end{array}$$

masukkan nilai x dan y ke dalam pers (1) :

$$\begin{array}{l} 2x + 2y + z = 70000 \Rightarrow 2x + 2 \cdot 10000 + 30000 = 70000 \\ 2x = 70000 - 50000 \end{array}$$

$$2x = 20000$$

$$x = \text{Rp. } 10.000,00$$

Jawabannya adalah C

4. Dari argumentasi berikut:
 Jika Ibu tidak pergi maka adik senang
 Jika adik senang maka dia tersenyum

Kesimpulan yang sah adalah:
 A. Ibu tidak pergi atau adik tersenyum
 B. Ibu pergi dan adik tidak tersenyum
 C. Ibu pergi atau adik tidak tersenyum
 D. Ibu tidak pergi dan adik tersenyum
 E. Ibu pergi atau adik tersenyum

Jawab:

p = ibu tidak pergi
 q = adik senang
 r = adik tersenyum

premis 1 : $p \Rightarrow q$
 premis 2: $q \Rightarrow r$ Modus silogisme
 $\therefore p \Rightarrow r$

kesimpulannya adalah ibu tidak pergi maka adik tersenyum
 tetapi jawabannya tidak ada di atas maka cari ekuivalensinya:

Ekuivalensi : $p \Rightarrow q = \sim q \Rightarrow \sim p = \sim p \vee q$
 Identik dengan $p \Rightarrow r = \sim r \Rightarrow \sim p = \sim p \vee r$

ekuivalensinya adalah $\sim p \vee r$
 yang berarti ibu pergi atau adik tersenyum

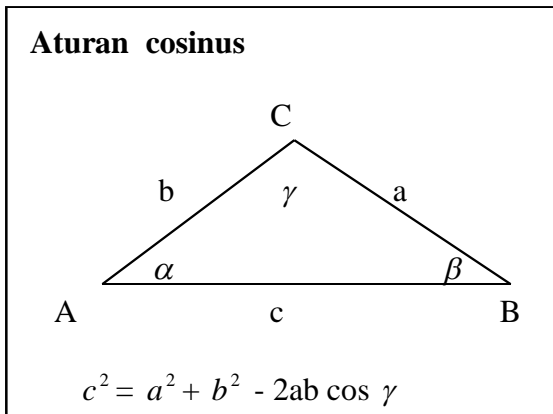
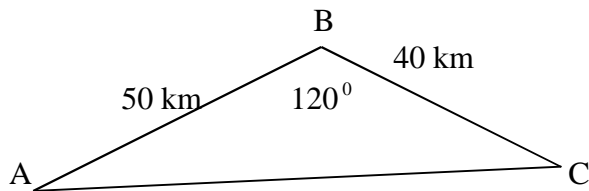
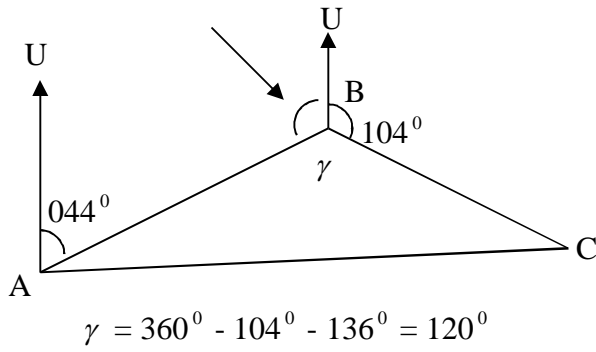
Jawabannya adalah E

(\Rightarrow \rightarrow maka, \wedge \rightarrow dan, \vee \rightarrow atau)

5. Sebuah kapal berlayar dari pelabuhan A dengan arah 044° sejauh 50 km. Kemudian berlayar lagi dengan arah 104° sejauh 40 km ke pelabuhan C. Jarak pelabuhan A ke C adalah...
- A. $10\sqrt{95}$ km C. $10\sqrt{85}$ km E. $10\sqrt{61}$ km
 B. $10\sqrt{91}$ km D. $10\sqrt{71}$ km

Jawab:

$$180^\circ - 44^\circ = 136^\circ$$



$$AC^2 = BC^2 + AB^2 - 2 BC \cdot AB \cos 120^{\circ}$$

$$= 40^2 + 50^2 - 2 \cdot 40 \cdot 50 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= 1600 + 2500 + 2000$$

$$= 6100$$

$$AC = \sqrt{6100} = \sqrt{61} \cdot \sqrt{100} = 10\sqrt{61} \text{ km}$$

Jawabannya adalah E

6. Diketahui kubus ABCD.EFGH. Dari pernyataan berikut:

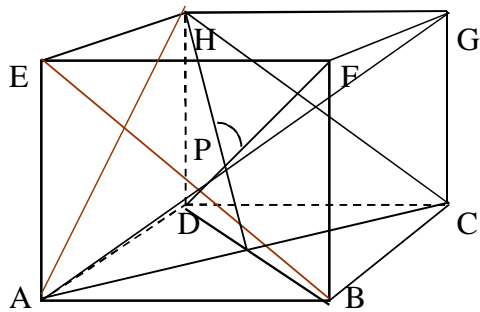
- (1) AH dan BE berpotongan
- (2) AD adalah proyeksi AH pada bidang ABCD

- (3) DF tegak lurus bidang ACH
- (4) AG dan DF bersilangan

yang benar adalah nomor...

- A. (1) dan (2) saja C. (3) dan (4) saja E. (2) dan (4) saja
- B. (2) dan (3) saja D. (1) dan (3) saja

Jawab:



Perhatikan gambar:

untuk kondisi 1

AH dan BE tidak berpotongan karena AH dan BE tidak terletak pada bidang yang terpisah

Untuk kondisi 2

AD adalah proyeksi AH pada bidang ABCD adalah benar

tarik salah satu titik dari garis AH yang berada di luar bidang ABCD yaitu titik H ke bidang ABCD yang membentuk siku-siku ke ujung titik yang lain (titik A), kemudian tarik titik tersebut didapat garis AD

untuk kondisi 3.

DF tegak lurus bidang ACH d titik P (titik berat Δ ACH)

Untuk kondisi 4

terlihat pada gambar bahwa garis AG dan DF bersilangan, karena masing-masing merupakan garis diagonal ruang yang saling berpotongan

Penyataan 2, 3 dan 4 benar

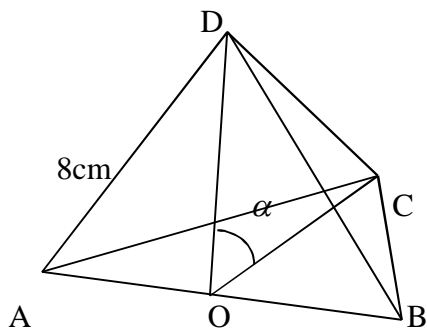
Tidak ada jawaban yang tepat

- 7. Diketahui bidang empat beraturan ABCD dengan panjang rusuk 8 cm. Cosinus sudut antara bidang ABC dan bidang ABD adalah.....

A. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ E. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

B. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

Jawab:



$$\angle(ABC, ABD) = \angle COD$$

$$\begin{aligned} OD = OC &= \sqrt{BD^2 - OB^2} \quad ; \quad OB = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4 \\ &= \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

Aturan cosinus:

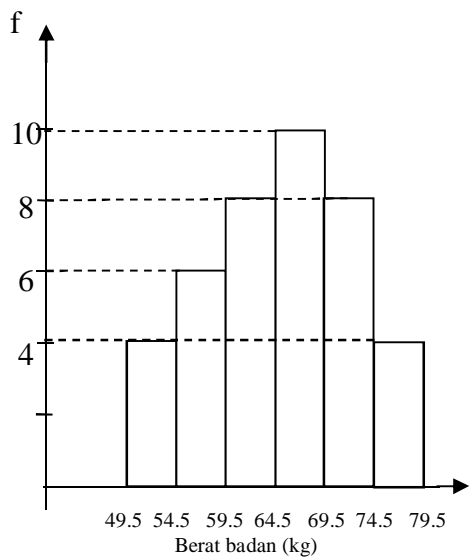
$$CD^2 = OC^2 + OD^2 - 2 OC \cdot OD \cos \alpha$$

$$2 OC \cdot OD \cos \alpha = OC^2 + OD^2 - CD^2$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{OC^2 + OD^2 - CD^2}{2 \cdot OC \cdot OD} \\ &= \frac{(4\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2 - 8^2}{2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3}} \\ &= \frac{48 + 48 - 64}{32 \cdot 3} \\ &= \frac{32}{32 \cdot 3} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah A

8. Perhatikan gambar berikut :



Berat badan siswa pada suatu kelas disajikan dengan histogram seperti pada gambar . Rataan berat badan tersebut adalah:

- A. 64.5 kg C. 65.5 kg E. 66.5 kg.
 B. 65 kg D. 66 kg

Jawab:

tabel distribusi frekuensi:

Berat badan	Frekuensi (f_i)	Nilai Tengah (x_i)	$f_i \cdot x_i$
50 - 54	4	52	208
55 - 59	6	57	342
60 - 64	8	62	496
65 - 69	10	67	670
70 - 74	8	72	576
75 - 79	4	77	308

Σ	40	387	2600
----------	----	-----	------

$$\text{Rata-rata} = \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2600}{40} = 65 \text{ kg}$$

Jawabannya adalah B

9. A, B, C dan D akan berfoto bersama secara berdampingan. Peluang A dan B selalu berdampingan adalah....

- A. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{3}$ E. $\frac{2}{3}$
 B. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{2}$

Jawab:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$n(S) = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \rightarrow$ terdapat posisi yang akan ditempati oleh A, B, C, D
 posisi pertama bisa ditempati oleh semuanya (4 posisi)
 posisi kedua bisa ditempati oleh $4 - 1 = 3$
 (1 posisi sudah menempati posisi pertama)
 posisi ketiga bisa ditempati oleh $4 - 2 = 2$
 posisi keempat bisa ditempati oleh $4 - 3 = 1$

mencari $n(A)$

Banyaknya susunan A dan B selalu berdampingan:

A dan B selalu berdampingan pada posisi I dan II

I	II	III	IV
2	1	2	1

Banyaknya susunan = $2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 4$

2	2	1	1
---	---	---	---

A dan B selalu berdampingan pada posisi II dan III

Banyaknya susunan = $2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 4$

A dan B selalu berdampingan pada posisi III dan IV

I	II	III	IV
2	1	2	1

Banyaknya susunan = $2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 4$

Banyaknya susunan A dan B selalu berdampingan adalah: $4 + 4 + 4 = 12$

Maka peluang A dan B selalu berdampingan adalah :

$$P(A|B) = \frac{n(A|B)}{n(S)} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

Jawabannya adalah D

10. Nilai $\sin 105^\circ + \cos 15^\circ = \dots$

A. $\frac{1}{2}(-\sqrt{6} - \sqrt{2})$ C. $\frac{1}{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ E. $\frac{1}{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

B. $\frac{1}{2}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ D. $\frac{1}{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

Jawab:

$\sin(90^\circ + \theta) = \cos \theta$

$$\begin{aligned} \sin 105^\circ + \cos 15^\circ &= \sin(90^\circ + 15^\circ) + \cos 15^\circ \\ &= \cos 15^\circ + \cos 15^\circ \\ &= 2 \cos 15^\circ \\ &= 2 \cos(45^\circ - 30^\circ) \\ &= 2 \{ \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ \} \\ &= 2 \cdot \left\{ \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \right\} \end{aligned}$$

$$= 2 \cdot \left\{ \frac{1}{4}\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2} \right\}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{6} + \frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{1}{2} \{ \sqrt{6} + \sqrt{2} \}$$

Jawabannya adalah E

11. Persamaan garis singgung pada lingkaran $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 7 = 0$ di titik yang berabsis 5 adalah....

- A. $4x - y - 18 = 0$ C. $4x - y + 10 = 0$ E. $4x + y - 15 = 0$
 B. $4x - y + 4 = 0$ D. $4x + y - 4 = 0$

Jawab:

Persamaan umum lingkaran: $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

Dari persamaan lingkaran $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 7 = 0$
 didapat $A = -2$; $B = -6$ dan $C = -7$

Lingkaran menyinggung persamaan garis di titik yang berabsis 5 atau $x = 5$ maka :
 masukkan nilai $x = 5$ ke dalam pers lingkaran :

$$5^2 + y^2 - 2 \cdot 5 - 6y - 7 = 0$$

$$25 + y^2 - 10 - 6y - 7 = 0$$

$$y^2 - 6y + 8 = 0$$

$$(y - 4)(y - 2) = 0$$

$$y = 4 \text{ atau } y = 2$$

maka titik singgungnya didapat $(5,4)$ dan $(5,2)$

Persamaan garis singgung melalui titik (x_1, y_1) pada lingkaran $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ adalah:

$$x \cdot x_1 + y \cdot y_1 + \frac{1}{2} A (x + x_1) + \frac{1}{2} B (y + y_1) + C = 0$$

- Persamaan garis singgung melalui titik $(5, 4)$

$$\Leftrightarrow 5x + 4y + \frac{1}{2}(-2)(x + 5) + \frac{1}{2}(-6)(y + 4) - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x + 4y - (x + 5) - 3(y + 4) - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x + 4y - x - 5 - 3y - 12 - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x + y - 24 = 0$$

- Persamaan garis singgung melalui titik $(5, 2)$

$$\Leftrightarrow 5x + 2y + \frac{1}{2}(-2)(x + 5) + \frac{1}{2}(-6)(y + 2) - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x + 2y - (x + 5) - 3(y + 2) - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x + 2y - x - 5 - 3y - 6 - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x - y - 18 = 0$$

Jawaban yang tersedia adalah A

12. Sebuah peluru ditembakkan vertical ke atas dengan kecepatan awal V_0 m/detik. Tinggi peluru setelah t detik dinyatakan dengan fungsi $h(t) = 100 + 40t - 4t^2$. tinggi maksimum yang dapat dicapai peluru tersebut adalah....

- A. 160 m C. 340m E. 800 m
 B. 200 m D. 400 m

Jawab:

Tinggi maksimum dicapai apabila $h'(t) = 0$

$$h(t) = 100 + 40t - 4t^2$$

$$h'(t) = 40 - 8t = 0$$

$$40 = 8t$$

$$t = \frac{40}{8} = 5 \text{ detik}$$

tinggi maksimum dicapai pada $t = 5$

$$\begin{aligned} h(5) &= 100 + 40 \cdot 5 - 4 \cdot 5^2 \\ &= 100 + 200 - 100 \\ &= 200 \text{ m} \end{aligned}$$

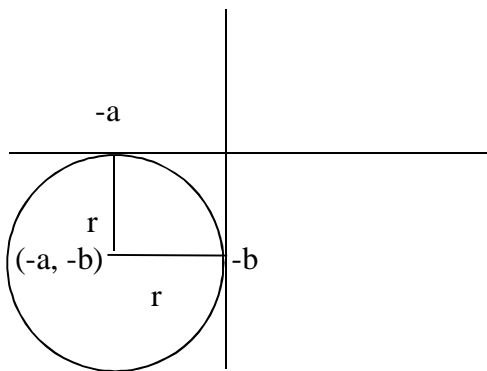
Jawabannya adalah B

13. Persamaan lingkaran yang pusatnya terletak pada garis $2x - 4y - 4 = 0$, serta menyinggung sumbu x negatif dan sumbu y negatif adalah...

- A. $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 4 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$
 B. $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 8 = 0$ E. $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 4 = 0$
 C. $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 4 = 0$

Jawab:

menyinggung sumbu x negatif dan y negatif maka lingkaran berada di kuadran III :



Pusat lingkaran adalah $(-a, -b)$

Terlihat pada gambar bahwa $r = |-a| = a$ atau $r = |-b| = b \rightarrow a = b$

Pusat lingkaran yaitu titik $(-a, -b)$ terletak pada garis $2x - 4y - 4 = 0$ maka masukkan nilai $-a$ dan $-b$ dimana $a = b$

$$\begin{aligned} 2 \cdot (-a) - 4 \cdot (-a) - 4 &= -2a + 4a - 4 = 0 \\ 2a - 4 &= 0 \\ 2a &= 4 \\ a &= 2 \text{ maka } b = 2 \end{aligned}$$

Persamaan lingkaran dengan pusat (a,b) dan berjari-jari r

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Maka persamaan lingkaran dengan pusat $(-2,-2)$ dan berjari-jari 2 adalah

$$\begin{aligned} (x - (-2))^2 + (y - (-2))^2 &= 2^2 \\ \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y + 2)^2 &= 2^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 + 4y + 4 &= 4 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x + 4y + 4 &= 0 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah A

14. Nilai $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} = \dots$

- A. 0
- B. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- C. 1
- D. $\sqrt{2}$
- E. \sim

Jawab:

Bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$ dapat diselesaikan dengan faktorisasi atau L'Hospital:

Cara 1 : Faktorisasi

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} \frac{\cos x + \sin x}{\cos x + \sin x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\pi \cos 2x (\cos x + \sin x)}{\cos^2 x - \sin^2 x} \quad ; \text{ingat} \rightarrow \cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\pi \cos 2x (\cos x + \sin x)}{\cos 2x}$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \pi (\cos x + \sin x) \\ &= \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} = \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

Cara 2 : L'Hospital

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\pi \cos 2x}{\cos x - \sin x} &= \frac{-2 \sin 2x}{-\sin x - \cos x} \\ &= \frac{-2 \sin 2 \frac{\pi}{4}}{-\sin \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4}} \\ &= \frac{-2 \sin \frac{\pi}{2}}{-\sin \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4}} \\ &= \frac{-2 \cdot 1}{-\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{-2}{-\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah D

15. Turunan pertama dari $f(x) = \sin^4(3x^2 - 2)$ adalah $f'(x) = \dots$

- A. $2 \sin^2(3x^2 - 2) \sin(6x^2 - 4)$
- B. $12x \sin^2(3x^2 - 2) \sin(6x^2 - 4)$.
- C. $12x \sin^2(3x^2 - 2) \cos(6x^2 - 4)$
- D. $24x \sin^3(3x^2 - 2) \cos^2(3x^2 - 2)$
- E. $24x \sin^3(3x^2 - 2) \cos(3x^2 - 2)$

Jawab:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4 \sin^3(3x^2 - 2) \cos(3x^2 - 2) \cdot 6x \\ &= 24x \sin^3(3x^2 - 2) \cos(3x^2 - 2) \quad \rightarrow \text{jawabannya adalah E} \end{aligned}$$

Tetapi hasilnya setelah dijabarkan menjadi:

$$24x \sin^3(3x^2 - 2) \cos(3x^2 - 2) = 12x \sin^2(3x^2 - 2) \cdot 2 \sin(3x^2 - 2) \cos(3x^2 - 2);$$

$$\text{ingat } \sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$= 12x \sin^2(3x^2 - 2) \cdot \sin 2(3x^2 - 2)$$

$$= 12x \sin^2(3x^2 - 2) \cdot \sin(6x^2 - 4) \rightarrow \text{Jawabannya adalah B}$$

Kita tidak boleh memilih 2 jawaban, maka saya menyarankan untuk memilih jawaban yang pertama saja yaitu **E**

16. Persamaan garis singgung kurva $y = \sqrt[3]{5+x}$ di titik dengan absis 3 adalah....

A. $x - 12y + 21 = 0$ C. $x - 12y + 27 = 0$ E. $x - 12y + 27 = 0$

B. $x - 12y + 23 = 0$ D. $x - 12y + 34 = 0$

Jawab:

cari titik singgungnya dengan memasukkan nilai absis atau $x = 3$

$$y = \sqrt[3]{5+x} = \sqrt[3]{5+3} = \sqrt[3]{8} = 2$$

didapat titik singgungnya (3,2)

$$y = (5+x)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{gradien} = m = y' = \frac{1}{3} (5+x)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{(5+x)^2}}$$

$$\begin{aligned} \text{masukkan nilai } x = 3 \rightarrow \frac{1}{3\sqrt[3]{(5+x)^2}} &= \frac{1}{3\sqrt[3]{(5+3)^2}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{8}\sqrt[3]{8}} \\ &= \frac{1}{3 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{12} \end{aligned}$$

persamaan garis singgung di titik (a,b) adalah:

$$y - b = m(x-a)$$

persamaan garis singgung di titik (3,2) adalah

$$y - 2 = \frac{1}{12}(x - 3) \rightarrow \text{dikalikan 12}$$

$$\Leftrightarrow 12y - 24 = x - 3$$

$$\Leftrightarrow x - 12y + 21 = 0$$

Jawabannya adalah A

17. Suatu pekerjaan dapat diselesaikan dalam x hari dengan biaya $(4x - 160 + \frac{2000}{x})$ ribu rupiah per hari.

Biaya minimum per hari penyelesaian pekerjaan tersebut adalah....

- A. Rp. 200.000.00 C. Rp. 560.000.00 E. Rp. 800.000.00
B. Rp. 400.000.00 D. Rp. 600.000.00

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{Biaya} = B(x) &= (4x - 160 + \frac{2000}{x}) \cdot x \\ &= 4x^2 - 160x + 2000 \end{aligned}$$

Agar biaya minimum maka $B' = 0$

$$\begin{aligned} B'(x) &= 8x - 160 = 0 \\ 8x &= 160 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

masukkan nilai $x = 20$ pada B menjadi:

$$\begin{aligned} B(20) &= 4 \cdot 20^2 - 160 \cdot 20 + 2000 \\ &= 4 \cdot 400 - 3200 + 2000 \\ &= 1600 - 3200 + 2000 \\ &= 400 \end{aligned}$$

Karena nilainya dalam ribuan maka biaya minimumnya adalah $400 \times 1000 = \text{Rp.}400.000,-$

Jawabannya adalah B

18. Nilai $\int_0^{\pi} \sin 2x \cos x dx = \dots$

- A. $-\frac{4}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ E. $\frac{4}{3}$
B. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

Jawab:

$$\int_0^{\pi} \sin 2x \cos x dx = \int_0^{\pi} 2 \sin x \cos^2 x dx \quad ; \quad \sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$= -2 \int_0^{\pi} \cos^2 x \cdot d \cos x = -2 \cdot \frac{1}{3} \cos^3 x \Big|_0^{\pi} = -\frac{2}{3} \cos^3 x \Big|_0^{\pi}$$

$$= -\frac{2}{3} \{(-1)^3 - 1\} = -\frac{2}{3} \{-2\} = \frac{4}{3}$$

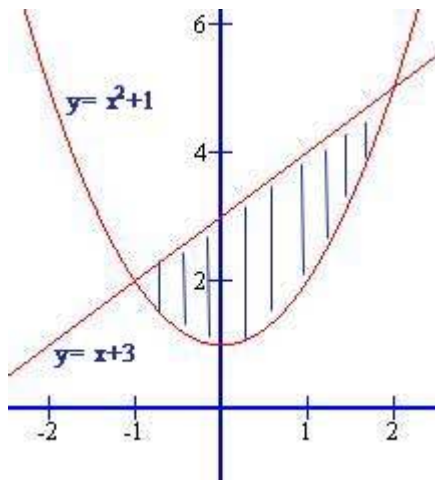
Jawabannya adalah E

19. Volume benda putar yang terjadi, jika daerah antara kurva $y = x^2 + 1$ dan $y = x + 3$, diputar mengelilingi sumbu x adalah....

A. $\frac{67}{5} \pi$ satuan volum C. $\frac{117}{5} \pi$ satuan volum E. $\frac{183}{5} \pi$ satuan volum

B. $\frac{107}{5} \pi$ satuan volum D. $\frac{133}{5} \pi$ satuan volum

Jawab:



$$y_1 = x^2 + 1$$

$$y_2 = x + 3$$

$$V = \pi \int_a^b (y_2^2 - y_1^2) \cdot dx$$

Titik potong kurva dan garis:

$$y_1 = y_2$$

$$x^2 + 1 = x + 3$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

$$x = 2 \text{ dan } x = -1$$

titik batas atasnya 2 dan titik batas bawahnya -1

$$V = \pi \int_{-1}^2 \{(x+3)^2 - (x^2+1)^2\} .dx$$

$$= \pi \int_{-1}^2 \{x^2 + 6x + 9 - (x^4 + 2x^2 + 1)\} .dx$$

$$= \pi \int_{-1}^2 (x^2 + 6x + 9 - x^4 - 2x^2 - 1) .dx$$

$$= \pi \int_{-1}^2 (-x^4 - x^2 + 6x + 8) .dx$$

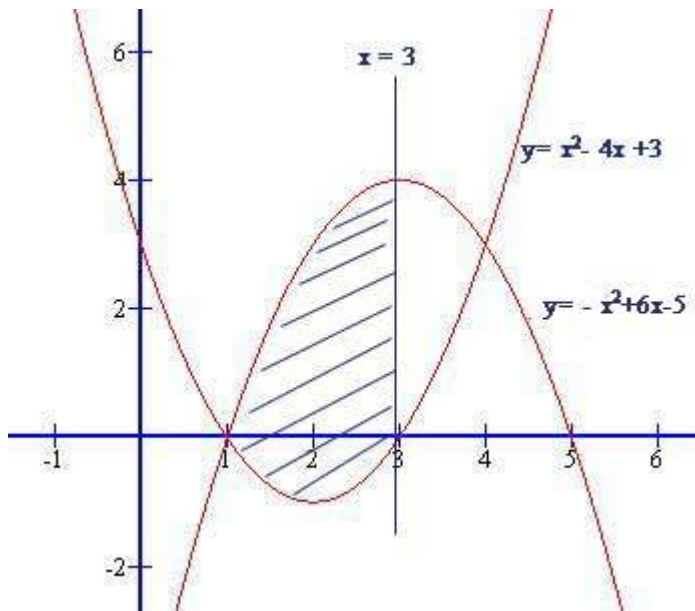
$$= \pi \left\{ -\frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 8x \right\} \Big|_{-1}^2$$

$$= \pi \left\{ -\frac{1}{5}(32+1) - \frac{1}{3}(8+1) + 3(4-1) + 8(2+1) \right\}$$

$$= \pi \left(-\frac{33}{5} - 3 + 9 + 24 \right) = \pi \left(-\frac{33}{5} + 30 \right) = \frac{-33+150}{5} = \frac{117}{5} \pi$$

Jawabannya adalah C

20. Perhatikan gambar berikut!



Luas daerah yang diarsir pada gambar adalah...

- A. $\frac{2}{3}$ satuan luas C. $5\frac{1}{3}$ satuan luas E. 9 satuan luas
B. 3 satuan luas D. $6\frac{2}{3}$ satuan luas

Jawab:

$$y_1 = -x^2 + 6x - 5$$

$$y_2 = x^2 - 4x + 3$$

titik potong kurva :

$$y_1 = y_2$$

$$-x^2 + 6x - 5 = x^2 - 4x + 3$$

$$x^2 + x^2 - 6x - 4x + 5 + 3 = 0$$

$$2x^2 - 10x + 8 = 0 \rightarrow \text{dibagi 2}$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x-4)(x-1) = 0$$

$$x = 4 \text{ atau } x = 1$$

$x = 4$ merupakan titik potong tetapi bukan menjadi batas karena batasnya sudah ditentukan dengan $x = 3$ sebagai batas atasnya

$x = 1$ merupakan batas bawah

$$\begin{aligned} L &= \int_a^b (y_1 - y_2) dx \\ &= \int_1^3 \{-x^2 + 6x - 5 - (x^2 - 4x + 3)\} dx \\ &= \int_1^3 \{-x^2 + 6x - 5 - x^2 + 4x - 3\} dx \\ &= \int_1^3 \{-2x^2 + 10x - 8\} dx \\ &= -\frac{2}{3}x^3 + 5x^2 - 8x \Big|_1^3 \\ &= -\frac{2}{3}(27-1) + 5(9-1) - 8(3-1) \end{aligned}$$

$$= -\frac{52}{3} + 40 - 16$$

$$= \frac{-52 + 72}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} \text{ satuan luas}$$

Jawabannya adalah D

21. Seorang pedagang menjual buah mangga dan pisang dengan menggunakan gerobak. Pedagang tersebut membeli mangga dengan harga Rp. 8.000,00/kg dan pisang Rp. 6.000,00/kg. Modal yang tersedia Rp. 1200.000,00 dan gerobaknya hanya dapat memuat mangga dan pisang sebanyak 180 kg. Jika harga jual mangga Rp.9200,00/kg dan pisang Rp.7000,00/kg, maka laba maksimum yang diperoleh adalah.....

- A. Rp.150.000,00 C. Rp.192.000,00 E. Rp.216.000,00
 B. Rp.180.000,00 D. Rp.204.000,00

Jawab:

Misal : x = mangga ; y = pisang

Model matematikanya:

$$x \geq 0 ; y \geq 0$$

$$8000x + 6000y \leq 1200.000 \rightarrow \text{dibagi } 2000$$

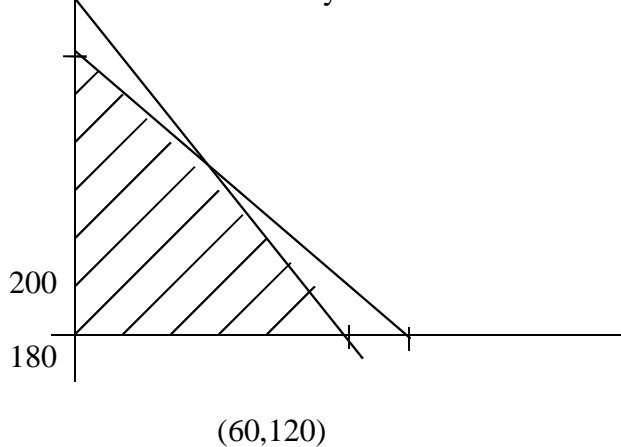
$$\Leftrightarrow 4x + 3y \leq 600 \dots(1)$$

$$x + y \leq 180 \dots(2)$$

$$\text{Laba penjualan mangga} = 9200 - 8000 = 1200$$

$$\text{Laba penjualan pisang} = 7000 - 6000 = 1000$$

$$\text{Laba maksimum} = 1200x + 1000y$$



150 180

Titik potong:

Dari pers (1) dan (2)

eliminasi x

$$\begin{array}{r} 4x + 3y = 600 \quad \times 1 \Rightarrow 4x + 3y = 600 \\ x + y = 180 \quad \times 4 \Rightarrow \underline{4x + 4y = 720} \quad - \\ \hline - y = -120 \\ y = 120 \end{array}$$

$$x + y = 180$$

$$x = 180 - 120 = 60$$

titik potong = (60,120)

Titik pojok	1200x + 1000y
(0, 0)	0
(150, 0)	180.000
(60, 120)	192.000
(0, 180)	180.000

Laba maksimum adalah 192.000

Jawabannya adalah C

22. Seorang ibu membagikan permen kepada 5 orang anaknya menurut aturan deret aritmetika. Semakin muda usia anak semakin banyak permen yang diperolehnya. Jika permen yang diterima anak kedua 11 buah dan anak keempat 19 buah, maka jumlah seluruh permen adalah...

- A. 60 buah C. 70 buah E. 80 buah
B. 65 buah D. 75 buah

Jawab:

$$U_n = a + (n-1) b$$

$$U_2 = 11 = a + b$$

$$U_4 = 19 = a + 3b$$

$$a + 3b = 19$$

$$\underline{a + b = 11} \quad -$$

$$2b = 8$$

$$b = 4$$

$$a + b = 11$$

$$a = 11 - 4$$

$$= 7$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1) b)$$

$$S_5 = \frac{5}{2} (2 \cdot 7 + 4 \cdot 4)$$

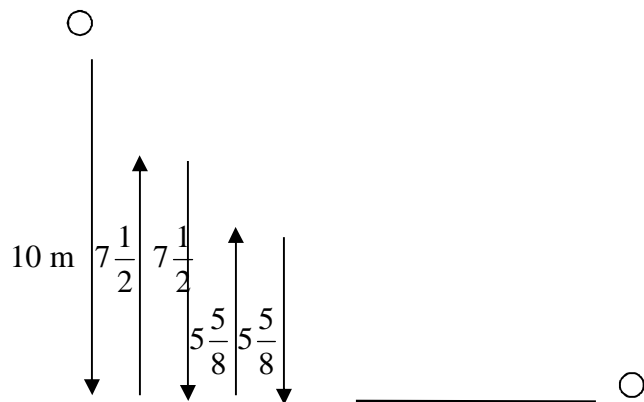
$$= \frac{5}{2} (30) = 75$$

Jawabannya adalah D

23. Sebuah bola jatuh dari ketinggian 10 m dan memantul kembali dengan ketinggian $\frac{3}{4}$ kali tinggi sebelumnya, begitu seterusnya hingga bola berhenti. Jumlah seluruh lintasan bola adalah....

- A. 65 m C. 75 m E. 80 m
 B. 70 m D. 77 m

Jawab:



$$\text{Jumlah seluruh lintasan} = 10\text{m} + S_{\infty} \text{ naik} + S_{\infty} \text{ turun} \rightarrow S_{\infty} \text{ naik} = S_{\infty} \text{ turun}$$

$$= 10\text{ m} + 2 S_{\infty}$$

$$a = 7\frac{1}{2} ; a \text{ bukan } 10, \text{ karena deret terjadi mulanya pada } 7\frac{1}{2}$$

$$r = \frac{\frac{45}{8}}{\frac{15}{2}} = \frac{45}{8} \cdot \frac{2}{15} = \frac{45}{15} \cdot \frac{2}{8} = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{7\frac{1}{2}}{1-\frac{3}{4}} = \frac{7\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{15}{2} \cdot 4 = 30$$

$$\text{Jumlah seluruh lintasan} = 10 \text{ m} + 2 S_{\infty} = 10 \text{ m} + 2 \cdot 30 \text{ m} = 70 \text{ m}$$

Jawabannya adalah B

24. Diketahui matrik $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & -1 \\ y & 1 \end{pmatrix}$ dan $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -15 & 5 \end{pmatrix}$, A' adalah transpose dari A

Jika $A' \cdot B = C$ maka nilai $2x + y = \dots$

- A. -4 C. 1 E. 7
 B. -1 D. 5

Jawab:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \rightarrow A' = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A' \cdot B = C$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & -1 \\ y & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -15 & 5 \end{pmatrix}$$

$$3x + 2y = 0$$

$$5y = -15$$

$$y = -3$$

$$3x + 2y = 0$$

$$3x + 2(-3) = 0$$

$$3x - 6 = 0$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

$$\text{maka nilai } 2x + y = 2 \cdot 2 - 3 = 1$$

Jawabannya adalah C

25. Diketahui $|\vec{a}| = \sqrt{2}$; $|\vec{b}| = \sqrt{9}$ dan $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{5}$.

Besar sudut antara vector \vec{a} dan vector \vec{b} adalah....

- A. 45° C. 120° E. 150°
 B. 60° D. 135°

Jawab:

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \rightarrow \text{besar sudut antara vektor } \vec{a} \text{ dan vektor } \vec{b}$$

$|\vec{a}|$ dan $|\vec{b}|$ diketahui, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ belum diketahui, dicari dengan cara sbb

besar sudut antara vektor \vec{a} dan vektor \vec{a} adalah 0°

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{a}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{a}|} \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos \theta \\ &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 1 = 2 \end{aligned}$$

besar sudut antara vektor \vec{b} dan vektor \vec{b} adalah 0°

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{\vec{b} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{b}|} \rightarrow \vec{b} \cdot \vec{b} = |\vec{b}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta \\ &= \sqrt{9} \cdot \sqrt{9} \cdot 1 = 9 \end{aligned}$$

besar sudut antara vektor $\vec{a} + \vec{b}$ dan vektor $\vec{a} + \vec{b}$ adalah 0°

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b})}{|\vec{a} + \vec{b}| \cdot |\vec{a} + \vec{b}|} \rightarrow (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = |\vec{a} + \vec{b}| \cdot |\vec{a} + \vec{b}| \cdot \cos \theta \\ &= \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \cdot 1 = 5 \end{aligned}$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b}$$

$$5 = \vec{a} \cdot \vec{a} + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{b}$$

$$5 = 2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 9$$

$$2\vec{a} \cdot \vec{b} = 5 - 11 = -6$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$$

$$\text{Maka: } \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{9}} = \frac{-3}{3\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\theta = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \text{ atau}$$

$$\theta = 360^\circ - 45^\circ = 315^\circ$$

Karena θ merupakan sudut lancip maka nilai θ yang berlaku adalah 135°

Jawabannya adalah D

26. Diketahui vector $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j} - 4\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ dan $\vec{c} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$
Panjang proyeksi vector $(\vec{a} + \vec{b})$ pada \vec{c} adalah....

- A. $3\sqrt{2}$ C. $5\sqrt{2}$ E. $7\sqrt{2}$
B. $4\sqrt{2}$ D. $6\sqrt{2}$

Jawab:

Panjang proyeksi vector $(\vec{a} + \vec{b})$ pada $\vec{c} = \vec{d} = \frac{(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}}{|\vec{c}|}$

$$(\vec{a} + \vec{b}) = (3+2)\vec{i} + (-4-1)\vec{j} + (-4+3)\vec{k} \\ = 5\vec{i} - 5\vec{j} - \vec{k}$$

$$\vec{d} = \frac{(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}}{|\vec{c}|} = \frac{(5 \cdot 4) + (-5 \cdot -3) + (-1 \cdot 5)}{\sqrt{4^2 + (-3)^2 + 5^2}} \\ = \frac{20 + 15 - 5}{\sqrt{16 + 9 + 25}} = \frac{30}{\sqrt{50}} = \frac{30}{5\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$$

Jawabannya adalah D

27. Persamaan bayangan garis $4x - y + 5 = 0$ oleh transformasi yang bersesuaian dengan matriks

$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ dilanjutkan pencerminan terhadap sumbu Y adalah....

- A. $3x + 2y - 30 = 0$ C. $7x + 3y + 30 = 0$ E. $11x - 2y + 30 = 0$
B. $6x + 12y - 5 = 0$ D. $11x + 2y - 30 = 0$

Jawab:

pencerminan terhadap sumbu Y = $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

transformasi dengan $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ dilanjutkan terhadap sumbu Y =

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$x' = -2x \rightarrow x = -\frac{1}{2}x'$$

$$y' = -x + 3y \rightarrow 3y = x + y'$$

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y'$$

$$\begin{aligned} \text{masukkan nilai } x = -\frac{1}{2}x' \text{ menjadi } y &= \frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}x'\right) + \frac{1}{3}y' \\ &= \frac{1}{3}y' - \frac{1}{6}x' \end{aligned}$$

Masukkan nilai-nilai tersebut ke dalam persamaan garis awal:

$$4x - y + 5 = 0 \rightarrow 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}x'\right) - \left\{\frac{1}{3}y' - \frac{1}{6}x'\right\} + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x' - \frac{1}{3}y' + \frac{1}{6}x' + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-12x' + x'}{6} - \frac{1}{3}y' + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{11}{6}x' - \frac{1}{3}y' + 5 = 0 \rightarrow \text{dikalikan } -6$$

$$\Leftrightarrow 11x' + 2y' - 30 = 0$$

Jawabannya adalah D

28. Akar-akar persamaan $2 \cdot 3^{4x} - 20 \cdot 3^{2x} + 18 = 0$ adalah x_1 dan x_2 . Nilai $x_1 + x_2 =$

- A. 0 C. 2 E. 4
B. 1 D. 3

Jawab:

$$\text{Misal } y = 3^{2x} \rightarrow 3^{4x} = (3^{2x})^2 = y^2$$

$$2 \cdot 3^{4x} - 20 \cdot 3^{2x} + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2y^2 - 20y + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2y - 2)(y - 9) = 0$$

$$2y = 2$$

$$y = 1 \rightarrow 3^{2x} = 1$$

$$x = 0$$

$$y = 9 \rightarrow 3^{2x} = 9$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

Didapat $x_1 = 0$ dan $x_2 = 1$ maka $x_1 + x_2 = 0 + 1 = 1$

Jawabannya adalah B

29. Nilai x yang memenuhi persamaan ${}^2 \log^2 \log(2^{x+1} + 3) = 1 + {}^2 \log x$ adalah....

- A. ${}^2\log 3$ C. $\log \frac{2}{3}$ E. 8 atau $\frac{1}{2}$
 B. ${}^3\log 2$ D. -1 atau 3

Jawab:

$$\begin{aligned}
 {}^2\log^2 \log(2^{x+1} + 3) &= 1 + {}^2\log x \\
 \Leftrightarrow {}^2\log^2 \log(2^{x+1} + 3) &= {}^2\log 2 + {}^2\log x \\
 \Leftrightarrow {}^2\log^2 \log(2^{x+1} + 3) &= {}^2\log 2x \\
 \Leftrightarrow {}^2\log(2^{x+1} + 3) &= 2x \\
 \Leftrightarrow {}^2\log(2^{x+1} + 3) &= {}^2\log 2^{2x} \\
 \Leftrightarrow 2^{x+1} + 3 &= 2^{2x} \\
 \Leftrightarrow 2^{2x} - 2 \cdot 2^x + 3 &= 0 \\
 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2 \cdot 2^x + 3 &= 0
 \end{aligned}$$

Misal $y = 2^x$

Maka

$$\begin{aligned}
 (2^x)^2 - 2 \cdot 2^x + 3 &= 0 \\
 \Leftrightarrow y^2 - 2y + 3 &= 0 \\
 \Leftrightarrow (y-3)(y+1) &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y = 3 &\rightarrow 2^x = 3 \\
 x &= {}^2\log 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y = -1 &\rightarrow 2^x = -1 ; \text{ nilai } x \text{ tidak ada yang memenuhi} \\
 x &= {}^2\log -1 \rightarrow \text{tidak memenuhi syarat} \\
 {}^a\log b &\rightarrow \text{syarat } b > 0
 \end{aligned}$$

Maka jawabnya adalah $x = {}^2\log 3$

Jawabannya adalah A

30. Penyelesaian pertidaksamaan $\log(x-4) + \log(x+8) < \log(2x+16)$ adalah...

- A. $x > 6$ C. $4 < x < 6$ E. $6 < x < 8$
 B. $x > 8$ D. $-8 < x < 6$

Jawab:

$$\begin{aligned}
 \log(x-4) + \log(x+8) &< \log(2x+16) \\
 \Leftrightarrow \log(x-4) + \log(x+8) - \log(2x+16) &< 0
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \log \frac{(x-4)(x+8)}{2x+16} < 0$$

$$\Leftrightarrow \log \frac{(x-4)(x+8)}{2(x+8)} < 0$$

$$\Leftrightarrow \log \frac{(x-4)}{2} < 0$$

$$\Leftrightarrow \log \frac{(x-4)}{2} < \log 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-4)}{2} < 1$$

$$\Leftrightarrow x-4 < 2$$

$$\Leftrightarrow x < 6$$

Syarat logaritma: ${}^a \log b \rightarrow$ syarat $b > 0$

$$\text{Maka } \frac{(x-4)}{2} > 0$$

$$x-4 > 0$$

$$x > 4$$

Maka jawabannya adalah $x > 4$ dan $x < 6$ atau $4 < x < 6$

Jawabannya adalah C