

SOAL DAN PEMBAHASAN
UJIAN NASIONAL
SMA/MA IPA
TAHUN PELAJARAN 2006/2007

1. Bentuk sederhana dari $(1 + 3\sqrt{2}) - (4 - \sqrt{50})$ adalah

- A. $-2\sqrt{2} - 3$ C. $8\sqrt{2} - 3$ E. $8\sqrt{2} + 5$
 B. $-2\sqrt{2} + 5$ D. $8\sqrt{2} + 3$

Jawab:

$$\begin{aligned} (1 + 3\sqrt{2}) - (4 - \sqrt{50}) \\ &= (1 + 3\sqrt{2}) - (4 - \sqrt{2 \cdot 25}) \\ &= (1 + 3\sqrt{2}) - (4 - \sqrt{25} \sqrt{2}) \\ &= 1 + 3\sqrt{2} - 4 + 5\sqrt{2} \\ &= -3 + 8\sqrt{2} \\ &= 8\sqrt{2} - 3 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah C

2. Jika ${}^2\log 3 = a$ dan ${}^3\log 5 = b$, maka ${}^{15}\log 20 = \dots$

- A. $\frac{2}{a}$ C. $\frac{a}{2}$ E. $\frac{a(1+b)}{2+ab}$
 B. $\frac{2+ab}{a(1+b)}$ D. $\frac{b+1}{2ab+1}$

Jawab:

$${}^{15}\log 20 = \frac{\log 20}{\log 15} = \frac{{}^2\log 20}{{}^2\log 15} \text{ atau } \frac{{}^3\log 20}{{}^3\log 15} \quad (\text{pangkat bisa berapa saja, dalam soal ini disesuaikan dengan soal yaitu 2 atau 3})$$

Ambil salah satu persamaan : kita ambil $\frac{{}^2\log 20}{{}^2\log 15}$

$$\begin{aligned} \frac{{}^2\log 20}{{}^2\log 15} &= \frac{{}^2\log 4 \cdot 5}{{}^2\log 3 \cdot 5} \\ &= \frac{{}^2\log 2^2 + {}^2\log 5}{{}^2\log 3 + {}^2\log 5} \\ &= \frac{2 \cdot {}^2\log 2 + {}^2\log 5}{{}^2\log 3 + {}^2\log 5} \Rightarrow {}^2\log 5 = {}^2\log 3 \cdot {}^3\log 5 = a \cdot b \\ &= \frac{2 \cdot 1 + ab}{a + ab} = \frac{2 + ab}{a(1 + b)} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah B

3. Persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 6 = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 - 3$ dan $x_2 - 3$ adalah

- A. $x^2 - 2x = 0$ C. $x^2 + x = 0$ E. $x^2 + x + 30 = 0$
 B. $x^2 - 2x + 30 = 0$ D. $x^2 + x - 30 = 0$

jawab:

Persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 6 = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 .

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-5}{1} = 5 \quad ; \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{6}{1} = 6$$

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 - 3$ dan $x_2 - 3$ adalah=

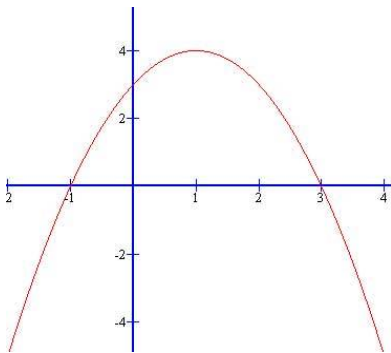
$$\text{Rumus umum pers kuadrat : } x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

dengan akar-akar $x_1 = x_1 - 3$ dan $x_2 = x_2 - 3$ pers kuadrat yang baru adalah

$$\begin{aligned} x^2 - (x_1 - 3 + x_2 - 3)x + (x_1 - 3)(x_2 - 3) &= 0 \\ = x^2 - (x_1 + x_2 - 6)x + x_1 x_2 - 3(x_1 + x_2) + 9 &= 0 \\ = x^2 - (5 - 6)x + 6 - 3(5) + 9 &= 0 \\ = x^2 - (-1)x + 6 - 15 + 9 &= 0 \\ = x^2 + x + 0 &= 0 \\ = x^2 + x &= 0 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah C

4. Perhatikan gambar !



Gambar tersebut adalah grafik fungsi kuadrat

- A. $x^2 + 2x + 3 = 0$ C. $-x^2 + 2x - 3 = 0$ E. $-x^2 + 2x + 3 = 0$
B. $x^2 - 2x - 3 = 0$ D. $-x^2 - 2x + 3 = 0$

jawab:

Teori:

Jika diketahui titik potong dengan sumbu x ($y = 0$) yakni $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$

$$\text{rumus: } y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

dari gambar terlihat: titik potong dengan sumbu x yaitu terdiri dari 2 titik:

titik $(3, 0)$ dan $(-1, 0) \rightarrow x_1 = 3$ dan $x_2 = -1$

$$y = a(x - 3)(x + 1)$$

grafik melalui titik $(0, 3) \rightarrow$ terlihat pada gambar dengan $x = 0$ dan $y = 3$
masukkan ke dalam pers:

$$3 = a(0 - 3)(0 + 1)$$

$$3 = -3a \rightarrow a = -1$$

Sehingga fungsi kuadratnya adalah:

$$\begin{aligned} y &= -1(x - 3)(x + 1) \\ &= -(x^2 - 2x - 3) \\ &= -x^2 + 2x + 3 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah E

7. Salah satu persamaan garis singgung lingkaran $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 13$ di titik yang berabsis -1 adalah

A. $3x - 2y - 3 = 0$

C. $3x + 2y - 9 = 0$

E. $3x + 2y + 5 = 0$

B. $3x - 2y - 5 = 0$

D. $3x + 2y + 9 = 0$

Jawab:

teori:

Persamaan garis singgung melalui titik (x_1, y_1) pada

lingkaran $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ adalah : $(x - a)(x_1 - a) + (y - b)(y_1 - b) = r^2$

Sudah diketahui $a = 2$; $b = -1$; $r^2 = 13$; $x_1 = -1$;

$$y_1 = ?$$

masukkan nilai $x_1 = -1$ ke dalam pers lingkaran $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 13$

$$(-1 - 2)^2 + (y + 1)^2 = 13$$

$$(-3)^2 + (y + 1)^2 = 13$$

$$9 + (y + 1)^2 = 13$$

$$(y + 1)^2 = 13 - 9$$

$$(y + 1)^2 = 4$$

$$(y + 1) = \pm 2$$

$$= 1 \text{ atau } y = -3$$

Jika $y_1 = 1$

persamaan garis singgungnya, masukkan ke dalam rumus $(x - a)(x_1 - a) + (y - b)(y_1 - b) = r^2$:

$$(x - 2)(-1 - 2) + (y + 1)(1 + 1) = 13$$

$$-3(x - 2) + 2(y + 1) = 13$$

$$-3x + 6 + 2y + 2 = 13$$

$$-3x + 2y + 8 - 13 = 0$$

$$-3x + 2y - 5 = 0 \rightarrow \text{tidak ada di jawaban}$$

Jika $y_1 = -3$

persamaan garis singgungnya :

$$(x - 2)(-1 - 2) + (y + 1)(-3 + 1) = 13$$

$$-3(x - 2) - 2(y + 1) = 13$$

$$-3x + 6 - 2y - 2 = 13$$

$$-3x - 2y + 4 - 13 = 0$$

$$-3x - 2y - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2y + 9 = 0 \rightarrow \text{Jawabannya adalah D}$$

8. Jika $f(x)$ dibagi $(x - 2)$ sisanya 24, sedangkan jika $f(x)$ dibagi dengan $(2x - 3)$ sisanya 20. Jika $f(x)$ dibagi dengan $(x - 2)(2x - 3)$ sisanya adalah

A. $8x + 8$

C. $-8x + 8$

E. $-8x + 6$

Jawab:

- jika $f(x)$ dibagi $(x - 2)$ sisanya 24 $\rightarrow f(2) = 24$
- jika $f(x)$ dibagi dengan $(2x - 3)$ sisanya 20 $\rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = 20$
- jika $f(x)$ dibagi dengan $(x - 2)(2x - 3)$ sisanya = ?

Jika $f(x)$ dibagi $g(x)$ mempunyai hasil $h(x)$ dan sisa $s(x)$ ditulis : $f(x) = g(x)h(x) + s(x)$

$$g(x) = (x - 2)(2x - 3)$$

$$s(x) = ax + b$$

sehingga : $f(x) = (x - 2)(2x - 3)h(x) + ax + b$

$$f(2) = 0 + 2a + b = 24 \dots\dots(1)$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = 0 + \frac{3}{2}a + b = 20 \dots\dots(2)$$

dari (1) dan (2)

$$2a + b = 24$$

$$\frac{3}{2}a + b = 20 \quad -$$

$$\frac{1}{2}a = 4$$

$$a = 8$$

Cari b :

$$2a + b = 24$$

$$2 \cdot 8 + b = 24$$

$$b = 24 - 16$$

$$= 8$$

Maka sisa pembagian $f(x)$ dibagi dengan $(x - 2)(2x - 3)$ adalah:

$$s(x) = ax + b = 8x + 8$$

Jawabannya adalah A

9. Ani, Nia, dan Ina pergi bersama – sama ke toko buah. Ani membeli 2 kg apel, 2 kg anggur, dan 1 kg jeruk dengan harga Rp 67.000,00. Nia membeli 3 kg apel, 1 kg anggur, dan 1 kg jeruk dengan harga Rp 61.000,00. Ina membeli 1 kg apel, 3 kg anggur, dan 2 kg jeruk dengan harga Rp 80.000,00. Harga 1 kg apel, 1 kg anggur, dan 4 kg jeruk seluruhnya adalah

A. Rp 37.000,00

C. Rp 51.000,00

E. Rp 58.000,00

B. Rp 44.000,00

D. Rp 55.000,00

Jawab:

Ani \rightarrow 2 kg apel, 2 kg anggur, dan 1 kg jeruk dengan harga Rp 67.000,00

Misal: harga apel = x ; harga anggur = y dan harga jeruk = z

Maka dibuat persamaan seperti berikut:

$$2x + 2y + z = 67000 \dots(1)$$

Nia → 3 kg apel, 1 kg anggur, dan 1 kg jeruk dengan harga Rp 61.000,00

$$3x + y + z = 61000 \dots(2)$$

Ina → 1 kg apel, 3 kg anggur, dan 2 kg jeruk dengan harga Rp 80.000,00

$$x + 3y + 2z = 80000 \dots(3)$$

pers (1) dan (2) → (eliminasi z)

$$2x + 2y + z = 67000$$

$$3x + y + z = 61000 \quad -$$

$$\hline -x + y = 6000 \dots(4)$$

pers (1) dan (3)

$$2x + 2y + z = 67000 \quad | \times 2 | \Rightarrow 4x + 4y + 2z = 134000$$

$$x + 3y + 2z = 80000 \quad | \times 1 | \Rightarrow x + 3y + 2z = 80000 \quad -$$

$$\hline 3x + y = 54000 \dots(5)$$

pers (4) dan (5) → eliminasi y

$$-x + y = 6000$$

$$3x + y = 54000 \quad -$$

$$\hline -4x = -48000$$

$$x = \frac{48000}{4} = 12000$$

$$3x + y = 54000$$

$$3 \cdot 12000 + y = 54000$$

$$y = 54000 - 36000$$

$$= 18000$$

masukkan nilai x dan y ke dalam persamaan (1)

$$2x + 2y + z = 67000$$

$$2 \cdot 12000 + 2 \cdot 18000 + z = 67000$$

$$z = 67000 - 24000 - 36000$$

$$= 7000$$

maka harga 1 kg apel, 1 kg anggur, dan 4 kg =

$$x + y + 4z = 12000 + 18000 + 4 \cdot 7000$$

$$= \text{Rp. } 58000$$

Jawabannya adalah E

10. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x+y & 2 \\ 3 & y \end{pmatrix}$, dan $C = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$. Apabila $B - A = C^t$, dan $C^t =$

transpose matriks C, maka nilai x.y =

A. 10

C. 20

E. 30

B. 15

D. 25

Jawab:

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow C^t = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B} - \mathbf{A} = \mathbf{C}^t &= \begin{pmatrix} x+y & 2 \\ 3 & y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} x+y-2 & 3 \\ 2 & y-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$x + y - 2 = 7$$

$$x + y = 9 \quad ; \quad y - 4 = 1$$

$$y = 5$$

$$x + y = 9$$

$$x + 5 = 9$$

$$x = 4$$

$$\text{maka } x \cdot y = 4 \cdot 5 = 20$$

Jawabannya adalah C

11. Luas daerah parkir 1.760 m². Luas rata – rata untuk mobil kecil 4 m² dan mobil besar 20 m². Daya tampung maksimum hanya 200 kendaraan, biaya parkir mobil kecil Rp. 1.000,00/jam dan mobil besar Rp. 2.000,00/jam. Jika dalam satu jam terisi penuh dan tidak ada kendaraan yang pergi dan datang, maka hasil maksimum tempat parkir itu adalah

A. Rp. 176.000,00.

C. Rp. 260.000,00

E. Rp. 300.000,00

B. Rp. 340.000,00

D. Rp. 200.000,00.

Jawab:

misal x = mobil kecil dan y = mobil besar, maka dapat dibuat persamaan sbb:

$$4x + 20y \leq 1760 \Rightarrow x + 5y \leq 440 \dots(1)$$

$$x + y \leq 200 \dots(2)$$

dari pers (1) dan (2)

eliminasi x

$$x + 5y = 440$$

$$x + y = 200 \quad -$$

$$\hline 4y = 240$$

$$y = \frac{240}{4} = 60$$

$$x + y = 200$$

$$x + 60 = 200$$

$$x = 200 - 60 = 140$$

maka hasil maksimum

$$1000x + 2000y = 1000 \cdot 140 + 2000 \cdot 60 = 140000 + 120000 = \text{Rp. } 260.000,-$$

Jawabannya adalah C

12. Diketahui segitiga PQR dengan P(0, 1, 4), Q(2, -3, 2), dan R(-1, 0, 2). Besar sudut PRQ =

A. 120⁰

C. 60⁰

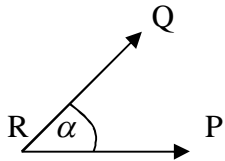
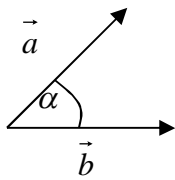
E. 30⁰

B. 90⁰

D. 45⁰

Jawab:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$$



$$\vec{RP} \cdot \vec{RQ} = |\vec{RP}| |\vec{RQ}| \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{RP} \cdot \vec{RQ}}{|\vec{RP}| |\vec{RQ}|}$$

$$\vec{RP} = P - R = (0, 1, 4) - (-1, 0, 2) = (0 - (-1), 1 - 0, 4 - 2) = (1, 1, 2)$$

$$\vec{RQ} = Q - R = (2, -3, 2) - (-1, 0, 2) = (3, -3, 0)$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{\vec{RP} \cdot \vec{RQ}}{|\vec{RP}| |\vec{RQ}|} = \frac{(1,1,2)(3,-3,0)}{|\vec{RP}| |\vec{RQ}|} = \frac{1 \cdot 3 + 1 \cdot (-3) + 2 \cdot 0}{|\vec{RP}| |\vec{RQ}|} = \frac{3 - 3 + 0}{|\vec{RP}| |\vec{RQ}|} \\ &= \frac{0}{|\vec{RP}| |\vec{RQ}|} = 0 \end{aligned}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

Jawabannya adalah B

13. Diketahui segitiga ABC, dengan A(0, 0, 0), B(2, 2, 0) dan C(0, 2, 2). Proyeksi orthogonal \overline{AB} pada

\overline{AC} adalah

A. $\vec{j} + \vec{k}$

C. $-\vec{i} + \vec{j}$

E. $-\frac{1}{2}\vec{i} - \vec{j}$

B. $\vec{i} + \vec{k}$

D. $\vec{i} + \vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k}$

Jawab:

Proyeksi vektor ortogonal \vec{a} pada \vec{b} adalah :

$$|\vec{c}| = \left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \right) \cdot \vec{b}$$

$$= \left(\frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{|\overline{AC}|^2} \right) \cdot \overline{AC}$$

$$\overline{AB} = B - A = (2, 2, 0) - (0, 0, 0) = (2, 2, 0)$$

$$\overline{AC} = C - A = (0, 2, 2) - (0, 0, 0) = (0, 2, 2)$$

$$= \left(\frac{(2,2,0)(0,2,2)}{|\sqrt{0^2 + 2^2 + 2^2}|^2} \right) (0, 2, 2)$$

$$= \left(\frac{4}{|\sqrt{8}|^2} \right) (0, 2, 2) = \frac{4}{8} (0, 2, 2) = (0, 1, 1) = 0\bar{i} + \bar{j} + \bar{k} = \bar{j} + \bar{k}$$

Jawabannya adalah A

14. Bayangan kurva $y = x^2 - 3$ jika dicerminkan terhadap sumbu x yang dilanjutkan dengan dilatasi pusat O dan faktor skala 2 adalah

- A. $y = \frac{1}{2}x^2 + 6$ C. $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$ E. $y = 3 - \frac{1}{2}x^2$
 B. $y = \frac{1}{2}x^2 - 6$ D. $y = 6 - \frac{1}{2}x^2$

jawab:

Pencerminan terhadap sumbu $x \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

dilatasi pusat O dan faktor skala $2 \rightarrow \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Pencerminan terhadap sumbu x yang dilanjutkan dengan dilatasi pusat O dan faktor skala 2 :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 0 \cdot 0 & 2 \cdot 0 + 0 \cdot (-1) \\ 0 \cdot 1 + 2 \cdot 0 & 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$x' = 2x \rightarrow x = \frac{1}{2}x'$$

$$y' = -2y \rightarrow y = -\frac{1}{2}y'$$

masukkan nilai x dan y ke dalam persamaan $y = x^2 - 3$

$$-\frac{1}{2}y' = \left(\frac{1}{2}x'\right)^2 - 3$$

$$-\frac{1}{2}y' = \frac{1}{4}x'^2 - 3 \rightarrow \text{dikalikan } 2$$

$$-y' = \frac{1}{2}x'^2 - 6 \Rightarrow y' = -\frac{1}{2}x'^2 + 6$$

$$= 6 - \frac{1}{2}x'^2$$

Sehingga bayangannya adalah $y = 6 - \frac{1}{2}x^2$

Jawabannya adalah D

15. Dari suatu barisan aritmetika, suku ketiga adalah 36 , jumlah suku kelima dan ketujuh adalah 144 . Jumlah sepuluh suku pertama deret tersebut adalah

- A. 840 C. 640 E. 315
 B. 660 D. 630

Jawab:

Suku ke n barisan aritmetika (U_n) : $U_n = a + (n-1) b$

$$U_3 = a + (3-1)b = a + 3b = 36 \dots(1)$$

$$U_5 = a + 4b \quad ; \quad U_7 = a + 6b$$

jumlah suku kelima dan ketujuh :

$$U_5 + U_7 = a + 4b + a + 6b = 144$$

$$= 2a + 10b = 144 \rightarrow \text{dibagi 2}$$

$$\Rightarrow a + 5b = 72 \dots(2)$$

dari pers (1) dan (2)

eliminasi a :

$$a + 3b = 36$$

$$\begin{array}{r} a + 5b = 72 \\ - \quad \quad \quad - \\ \hline - 2b = - 36 \end{array}$$

$$b = 18$$

$$a + 3b = 36$$

$$a + 3 \cdot 18 = 36$$

$$a = 36 - 54$$

$$= - 18$$

Jumlah sepuluh suku pertama =

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n) = \frac{n}{2} (2a + (n-1) b)$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} (2 \cdot -18 + (10-1) 18)$$

$$= 5 (-36 + 9 \cdot 18)$$

$$= 5 \cdot 126 = 630$$

Jawabannya adalah D

16. Sebuah mobil dibeli dengan harga Rp. 80.000.000,00. Setiap tahun nilai jualnya menjadi $\frac{3}{4}$ dari harga sebelumnya. Berapa nilai jual setelah dipakai 3 tahun ?

A. Rp. 20.000.000,00

C. Rp. 33.750.000,00

E. Rp. 45.000.000,00

B. Rp. 25.312.500,00

D. Rp. 35.000.000,00

Jawab:

Barisan Geometri :

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-1}, ar^n$$

→ → →

1 2 3 tahun

setelah dipakai 3 tahun = ar^3

$$a = 80.000.000$$

$$r = \frac{3}{4}$$

$$ar^3 = 80.000.000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$$

$$= 80.000.000 \cdot \frac{27}{64} = \text{Rp.}33.750.000$$

Jawabannya adalah C

17. Diketahui pernyataan :

1. Jika hari panas, maka Ani memakai topi
2. Ani tidak memakai topi atau ia memakai payung
3. Ani tidak memakai payung

Kesimpulan yang sah adalah

- | | |
|------------------------------------|--|
| A. Hari panas | D. Hari panas dan Ani memakai |
| B. Hari tidak panas | E. Hari tidak panas dan Ani memakai topi |
| C. Hari panas dan Ani memakai topi | |

Jawab:

p = hari panas

q = Ani memakai topi

$\sim q$ = Ani tidak memakai topi

r = Ani memakai payung

$\sim r$ = Ani tidak memakai payung

Premis 1 : $p \Rightarrow q$

Premis 2 : $\sim q \vee r = q \Rightarrow r$

Premis 3 : $\sim r$

Premis 2 harus dicari ekuivalensinya agar menjadi bentuk implikasi (\Rightarrow)

teori \rightarrow Ekuivalensi : $p \Rightarrow q = \sim q \Rightarrow \sim p = \sim p \vee q$

atau $q \Rightarrow r = \sim r \Rightarrow \sim q = \sim q \vee r$

$\sim q \vee r$ ekuivalen dengan $q \Rightarrow r$

$p \Rightarrow q$

$p \Rightarrow q$

$q \Rightarrow r \quad \rightarrow \quad q \Rightarrow r \quad \text{modus silogisme}$

$\sim r$

$\therefore p \Rightarrow r$

$\therefore ?$

$\sim r \quad \text{modus ponens}$

$\therefore \sim p$

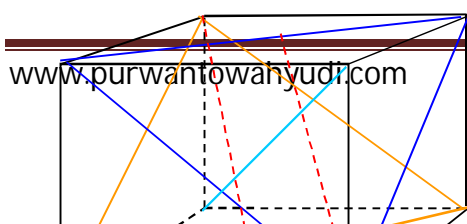
$\sim p$ = hari tidak panas

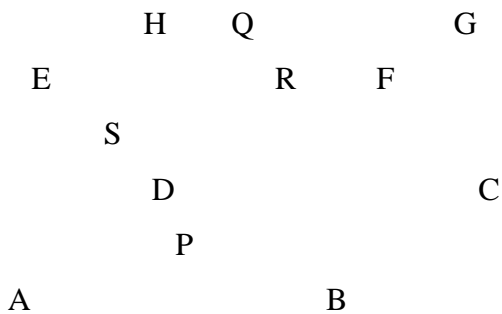
Jawabannya adalah B

18. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk $6\sqrt{3}$ cm. Jarak bidang ACH dan EGB adalah....cm.

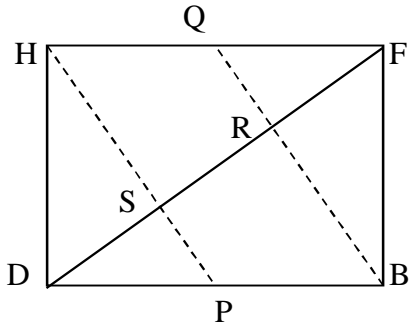
- | | | |
|----------------|------|-------|
| A. $4\sqrt{3}$ | C. 4 | E. 12 |
| B. $2\sqrt{3}$ | D. 6 | |

Jawab:





Lihat bidang BDHG :



yang ditanya adalah jarak SR.

$$SR = DF - FR - DS$$

$$DF = 6 \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 18 \text{ (diagonal ruang)}$$

FR:

$\triangle EGB$ mempunyai titik berat di QR

ingat titik berat $\Delta = 1/3$ tinggi

$$QR = 1/3 QB$$

$$QB = \sqrt{FB^2 + FQ^2}$$

$$FB = 6 \sqrt{3}$$

$$FQ = 1/2 GH = 1/2 \cdot 6 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot \sqrt{6}$$

$$QB = \sqrt{108 + 54} = \sqrt{162} = 9 \sqrt{2}$$

$$QR = 1/3 QB = 1/3 \cdot 9 \sqrt{2} = 3 \sqrt{2}$$

$$FR = \sqrt{FQ^2 - QR^2}$$

$$= \sqrt{54 - 18} = \sqrt{36} = 6$$

DS :

$\triangle DSP$ sebangun dengan $\triangle FQR$

sehingga $DS = FR = 6$

Kita cari dan buktikan :

$$PS = 1/3 PH$$

$$PH = \sqrt{DH^2 + DP^2}$$

$$DH = 6 \sqrt{3}$$

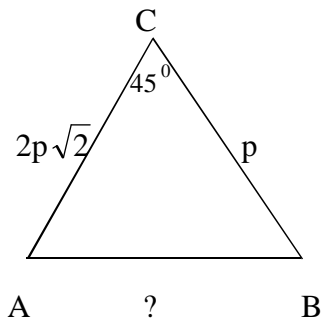
$$DP = 1/2 DB = 1/2 \cdot 6 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot \sqrt{6}$$

$$PH = \sqrt{108 + 54} = \sqrt{162} = 9 \sqrt{2}$$

$$PS = 1/3 PH = 1/3 \cdot 9 \sqrt{2} = 3 \sqrt{2}$$

$$DS = \sqrt{DP^2 - PS^2}$$

Jawab:



pakai aturan cosinus:

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 - 2 AC \cdot BC \cdot \cos \alpha \\ &= (2p\sqrt{2})^2 + p^2 - 2 (2p\sqrt{2}) \cdot p \cos 45^\circ \\ &= 8p^2 + p^2 - 4p^2 \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2} \\ &= 9p^2 - 4p^2 \cdot 1 \\ &= 5p^2 \\ AB &= \sqrt{5p^2} = p\sqrt{5} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah A

21. Nilai dari $\cos 40^\circ + \cos 80^\circ + \cos 160^\circ = \dots$

- A. $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ C. 0 E. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
B. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

Jawab:

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{1}{2} (A + B) \cos \frac{1}{2} (A - B)$$

$$\begin{aligned} \cos 40^\circ + \cos 80^\circ + \cos 160^\circ &= (\cos 40^\circ + \cos 80^\circ) + \cos 160^\circ \\ &= 2 \cos \frac{1}{2} (40^\circ + 80^\circ) \cos \frac{1}{2} (40^\circ - 80^\circ) + \cos 160^\circ \\ &= 2 \cos 60^\circ \cos -20^\circ + \cos 160^\circ ; \cos -20^\circ = \cos 20^\circ \\ &= 2 \cdot \frac{1}{2} \cos 20^\circ + \cos 160^\circ \\ &= \cos 20^\circ + \cos 160^\circ \\ &= 2 \cos \frac{1}{2} (20^\circ + 160^\circ) \cos \frac{1}{2} (20^\circ - 160^\circ) \\ &= 2 \cos 90^\circ \cos -70^\circ = 2 \cos 90^\circ \cos 70^\circ \\ &= 2 \cdot 0 \cdot \cos 70^\circ = 0 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah C

22. Nilai $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{4 - \sqrt{5x + 1}} = \dots$

- A. -8 C. 6 E. ~
B. -6 D. 8

Jawab:

Rasionalkan penyebut:

25. Diketahui $\int_a^3 (3x^2 + 2x + 1)dx = 25$. Nilai $\frac{1}{2}a = \dots$

- A. - 4 C. -1 E. 2
 B. - 2 D.1

Jawab:

$$\int_a^3 (3x^2 + 2x + 1)dx = x^3 + x^2 + x \Big|_a^3 = 25$$

$$= (3^3 - a^3) + (3^2 - a^2) + (3 - a) = 25$$

$$= 27 - a^3 + 9 - a^2 + 3 - a = 25$$

$$= 39 - a^3 - a^2 - a = 25$$

$$= - a^3 - a^2 - a = 25 - 39 = -14$$

$$= a^3 + a^2 + a = 14$$

nilai yang mungkin adalah faktor bilangan 14 yaitu -1, 1,-2, 2, -7, 7, -14,14

Nilai 1, 7 dan 14 adalah tidak mungkin, yang mungkin adalah nilai 2

Kita coba nilai -2 hasilnya = $-8 + 4 - 2 = -6$

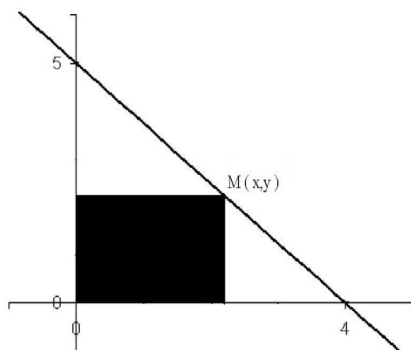
nilai 2 hasilnya = $8 + 4 + 2 = 14$

Jadi nilai $a = 2$

$$\frac{1}{2}a = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

Jawabannya adalah D

26. Perhatikan gambar !



Luas daerah yang diarsir pada gambar akan mencapai maksimum jika koordinat titik M adalah

- A. (2,5) C. (2,2/5) E. (2/5,2)
 B. (2,5/2) D. (5/2,2)

Jawab:

Cari persamaan garisnya terlebih dahulu:

persamaan garis: $ax + by = ab$

garis yang melalui titik $M(x,y)$ memotong sumbu x di titik (4,0) dan memotong sumbu y di

titik (0,5). $\rightarrow a = 5 : b = 4$

$$5x + 4y = 20$$

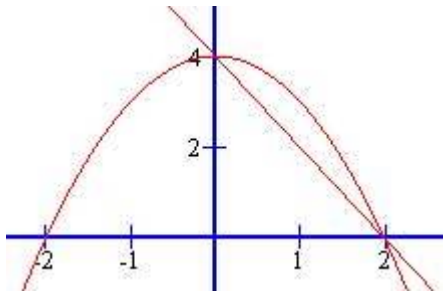
$$4y = 20 - 5x$$

$$y = \frac{20}{4} - \frac{5x}{4} = 5 - \frac{5}{4} x$$

B. $\frac{13}{2}\pi$

D. $\frac{8}{3}\pi$

Jawab:

diputar 360° mengelilingi sumbu y

kurva: $y = -x^2 + 4$

$$x^2 = 4 - y$$

garis $y = -2x + 4$

$$2x = 4 - y$$

$$x = \frac{4 - y}{2}$$

Titik potong kurva :

$$x_1 = x_2$$

$$4 - y = \left(\frac{4 - y}{2}\right)^2$$

$$4 - y = \left(\frac{16 - 8y + y^2}{4}\right)$$

$$16 - 4y = 16 - 8y + y^2$$

$$16 - 8y + y^2 - 16 + 4y = 0$$

$$y^2 - 4y = 0$$

$$y(y - 4) = 0$$

$$y = 0 \text{ dan } y = 4$$

$$\text{Volume} = \pi \int_0^4 (x_1^2 - x_2^2) dy$$

$$= \pi \int_0^4 (4 - y) - \left(\frac{4 - y}{2}\right)^2 dy$$

$$= \pi \int_0^4 (4 - y) - \frac{1}{4}(16 - 8y + y^2) dy$$

$$= \pi \int_0^4 (4 - y - 4 + 2y - \frac{1}{4}y^2) dy$$

$$= \pi \int_0^4 \left(-\frac{1}{4}y^2 + y\right) dy = \pi \left(-\frac{1}{12}y^3 + \frac{1}{2}y^2\right) \Big|_0^4$$

$$= \pi \left(-\frac{1}{12}(64) + \frac{1}{2}(16)\right) = \pi \left(-\frac{16}{3} + 8\right) = \frac{-16 + 24}{3} \pi = \frac{8}{3}\pi$$

Jawabannya adalah D

29. Dalam kantong I terdapat 5 kelereng merah dan 3 kelereng putih, dalam kantong II terdapat 4 kelereng merah dan 6 kelereng hitam. Dari setiap kantong diambil satu kelereng secara acak. Peluang terambilnya kelereng putih dari kantong I dan kelereng hitam dari kantong II adalah

- A. $\frac{39}{40}$ C. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{9}{40}$
B. $\frac{9}{13}$ D. $\frac{9}{20}$

jawab:

Kejadian saling bebas karena kantong I dan II terpisah sehingga peluangnya:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$P(A)$ = Peluang terambilnya kelereng putih dari kantong I

$$= \frac{3}{8}; 3 = \text{jumlah kelereng putih, } 8 = \text{Jumlah kelereng merah dan putih di kantong I}$$

$P(B)$ = Peluang terambilnya kelereng hitam dari kantong II

$$= \frac{6}{10}; 6 = \text{jumlah kelereng hitam, } 10 = \text{Jumlah kelereng merah dan hitam di kantong II}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{8} \times \frac{6}{10} = \frac{18}{80} = \frac{9}{40}$$

Jawabannya adalah E

30. Perhatikan tabel berikut !

Berat (kg)	Frekuensi
31 – 36	4
37 – 42	6
43 – 48	9
49 – 54	14
55 – 60	10
61 – 66	5
67 – 72	2

Modus pada tabel tersebut adalah ... kg.

- A. 49,06 C. 50,70 E. 51,83
B. 50,20 D. 51,33

Jawab:

Modus dari suatu data berkelompok adalah:

$$M_0 = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c$$

Letak modus data di atas adalah pada kelas ke 4 (jumlah frekuensi terbesar yaitu 14)

$$L = \text{tepi bawah kelas modus} = 49 - 0.5 = 48.5$$

$$\Delta_1 = \text{selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sebelumnya} = 14 - 9 = 5$$

$$\Delta_2 = \text{selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sesudahnya} = 14 - 10 = 4$$

$$c = \text{panjang kelas} = 54.5 - 48.5 = 6$$

$$\begin{aligned} M_0 &= 48.5 + \left(\frac{5}{5+4} \right) \cdot 6 \\ &= 48.5 + \frac{5}{9} \cdot 6 = 48.5 + \frac{30}{9} = 48.5 + 3.33 = 51.83 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah E