

SOAL DAN PEMBAHASAN
UJIAN NASIONAL
SMA/MA IPA
TAHUN PELAJARAN 2007/2008

1. Diketahui premis – premis :

- (1) Jika Badu rajin belajar dan patuh pada orang tua, maka Ayah membelikan bola basket
(2) Ayah tidak membelikan bola basket

Kesimpulan yang sah adalah

- A. Badu rajin belajar dan Badu patuh pada orang tua
B. Badu tidak rajin belajar dan Badu tidak patuh pada orang tua
C. Badu tidak rajin belajar atau Badu tidak patuh pada orang tua
D. Badu tidak rajin belajar dan Badu patuh pada orang tua
E. Badu rajin belajar atau Badu tidak patuh pada orang tua

Jawab:

p = Badu rajin belajar dan patuh pada orang tua

q = Ayah membelikan bola basket

$\sim q$ = Ayah tidak membelikan bola basket

sesuai dengan pernyataan di atas :

premis 1 : $p \Rightarrow q$

premis 2 : $\sim q$ Modus Tollens

$\therefore \sim p$

$\sim p$ = Badu tidak rajin belajar atau Badu tidak patuh pada orang tua

(kata “dan“ ingkarannya adalah “atau“)

Jawabannya adalah C

2. Ingkaran dari pernyataan “ Beberapa bilangan prima adalah bilangan genap “ adalah

- A. Semua bilangan prima adalah bilangan genap
B. Semua bilangan prima bukan bilangan genap
C. Beberapa bilangan prima bukan bilangan genap
D. Beberapa bilangan genap bukan bilangan prima
E. Beberapa bilangan genap adalah bilangan prima

Jawab:

Negasi kalimat berkuantor :

$\sim(\text{semua } p) \Rightarrow \text{ada/beberapa } \sim p$

$\sim(\text{ada/beberapa } p) \Rightarrow \text{semua } \sim p$

Aplikasi pada soal yaitu :

~ Beberapa bilangan prima adalah bilangan genap \Rightarrow semua bilangan prima adalah bukan bilangan genap

Jawabannya adalah B

3. Perbandingan umur Ali dan Badu 6 tahun yang lalu adalah 5 : 6. Hasil kali umur keduanya sekarang adalah 1.512. Umur Ali sekarang adalah ... tahun.

- A. 30 C. 36 E. 42
B. 35 D. 38

jawab:

Umur Ali sekarang = x ; Umur Ali 6 tahun yang lalu = $x - 6$

Umur Budi sekarang = y ; Umur Budi 6 tahun yang lalu = $y - 6$

Perbandingan umur Ali dan Badu 6 tahun yang lalu adalah 5 : 6 :

$$\frac{x-6}{y-6} = \frac{5}{6}$$

$$6(x-6) = 5(y-6)$$

$$6x - 36 = 5y - 30$$

$$5y = 6x - 36 + 30$$

$$5y = 6x - 6$$

$$y = \frac{6}{5}x - \frac{6}{5}$$

$$x \cdot y = 1512$$

$$x \cdot \left(\frac{6}{5}x - \frac{6}{5}\right) = 1512$$

$$\frac{6}{5}x^2 - \frac{6}{5}x - 1512 = 0 \quad ; \text{ dikalikan } 5$$

$$6x^2 - 6x - 7560 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 181440}}{12}$$

$$= \frac{6 \pm 426}{12}$$

$$x_1 = \frac{6 + 426}{12} = 36 \quad ; \quad x_2 = \frac{6 - 426}{12} = -35 \rightarrow \text{tidak berlaku}$$

Jawabannya adalah C

4. Persamaan grafik fungsi kuadrat yang mempunyai titik balik minimum (1,2) dan melalui titik (2,3) adalah

- A. $y = x^2 - 2x + 1$ D. $y = x^2 + 2x + 1$

$$B. y = x^2 - 2x + 3$$

$$E. y = x^2 - 2x - 3$$

$$C. y = x^2 + 2x - 1$$

Jawab:

Jika diketahui titik puncak = (x_p, y_p) , rumus: $y = a(x - x_p)^2 + y_p$

titik puncak = (1,2)

$$y = a(x - x_p)^2 + y_p = a(x - 1)^2 + 2$$

melalui titik (2,3) maka

$$3 = a(2 - 1)^2 + 2$$

$$3 = a + 2$$

$$a = 1$$

maka persamaan grafiknya adalah

$$\begin{aligned} y &= a(x - 1)^2 + 2 = 1 \cdot (x^2 - 2x + 1) + 2 \\ &= x^2 - 2x + 1 + 2 = x^2 - 2x + 3 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah B

5. Diketahui persamaan $\begin{pmatrix} a & 4 \\ -1 & c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & b \\ d & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Nilai $a + b + c + d = \dots$

A. -7

C. 1

E. 7

B. -5

D. 3

Jawab:

$$\begin{pmatrix} a & 4 \\ -1 & c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & b \\ d & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & 4 \\ -1 & c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & b \\ d & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a+2 & 4+b \\ -1+d & c-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$a + 2 = -3 ; a = -5$$

$$4 + b = 1 ; b = -3$$

$$c - 3 = 3 ; c = 6$$

$$-1 + d = 4 ; d = 5$$

$$a + b + c + d = -5 - 3 + 6 + 5 = 3$$

Jawabannya adalah D

6. Diketahui matriks $P = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Jika P^{-1} adalah invers matriks P dan Q^{-1} adalah

invers matriks Q, maka determinan matriks $P^{-1} \cdot Q^{-1}$ adalah

A. 223

C. -1

E. -223

B. 1

D. -10

Jawab:

$$P = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}; P^{-1} = \frac{1}{\det \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}} = \frac{1}{6-5} \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; Q^{-1} = \frac{1}{\det \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}} = \frac{1}{5-4} \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$P^{-1} \cdot Q^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 1 + (-5) \cdot (-1) & 3 \cdot (-4) + (-5) \cdot 5 \\ -1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) & -1 \cdot (-4) + 2 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -37 \\ -3 & 14 \end{pmatrix}$$

$$\det(P^{-1} \cdot Q^{-1}) = 8 \cdot 14 - (-3 \cdot -37) = 112 - 111 = 1$$

Jawabannya adalah B

7. Diketahui suku ke- 3 dan suku ke- 6 suatu deret aritmetika berturut- turut adalah 8 dan 17. Jumlah delapan suku pertama deret tersebut sama dengan

- A. 100
 B. 110
 C. 140
 D. 160
 E. 180

Jawab:

$$U_n = a + (n-1) b$$

$$U_3 = a + 2 b = 8 \dots (1)$$

$$U_6 = a + 5 b = 17 \dots(2)$$

dari (1) dan (2)

eliminasi a

$$a + 2 b = 8$$

$$\underline{a + 5 b = 17} \quad -$$

$$- 3b = -9$$

$$b = 3$$

$$a + 2 b = 8$$

$$a + 2 \cdot 3 = 8$$

$$a = 2$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n) = \frac{n}{2} (2a + (n-1) b)$$

$$S_8 = \frac{n}{2} (2a + (n-1) b) = \frac{8}{2} (2 \cdot 2 + 7 \cdot 3) = \frac{8}{2} \cdot 25 = 100$$

Jawabannya adalah A

8. Seutas tali dipotong menjadi 52 bagian yang masing-masing potongan membentuk deret aritmetika. Bila potongan tali terpendek adalah 3 cm dan yang terpanjang adalah 105 cm, maka panjang tali semula adalah ... cm.

- A. 5.460
 B. 2.808
 C. 2.730
 D. 1.352
 E. 808

Jawab:

Dari soal di atas diketahui:

$$n = 52$$

potongan tali terpendek = suku pertama = $U_1 = a = 3$

potongan tali terpanjang = suku terakhir = suku ke 52 = $U_{52} = 105$

Panjang tali semula = $S_{52} = \dots?$

$$\begin{aligned} S_{52} &= \frac{n}{2}(a + U_n) \\ &= \frac{52}{2}(3 + 105) = 26 \cdot 108 = 2808 \text{ cm} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah B

9. Diketahui deret geometri dengan suku pertama 6 dan suku keempat adalah 48. Jumlah enam suku pertama deret tersebut adalah

- A. 368 C. 378 E. 384
B. 369 D. 379

Jawab:

$$U_1 = a = 6$$

$$U_4 = ar^{n-1} = ar^3 = 6 \cdot r^3 = 48$$

$$r^3 = 8$$

$$r = 2$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ untuk } r > 1$$

$$S_6 = \frac{6(2^6 - 1)}{2 - 1} = 6 \cdot 64 = 384$$

Jawabannya adalah E

10. Bentuk $3\sqrt{24} + 2\sqrt{3}(\sqrt{32} - 2\sqrt{18})$ dapat disederhanakan menjadi

- A. $\sqrt{6}$ C. $4\sqrt{6}$ E. $9\sqrt{6}$
B. $2\sqrt{6}$ D. $6\sqrt{6}$

Jawab:

$$\begin{aligned} 3\sqrt{24} + 2\sqrt{3}(\sqrt{32} - 2\sqrt{18}) &= 3\sqrt{24} + 2\sqrt{96} - 4\sqrt{54} \\ &= 3 \cdot 2\sqrt{6} + 2 \cdot 6\sqrt{6} - 4 \cdot 3\sqrt{6} \\ &= 6\sqrt{6} + 12\sqrt{6} - 12\sqrt{6} \\ &= 6\sqrt{6} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah D

11. Diketahui ${}^2\log 7 = a$ dan ${}^2\log 3 = b$, maka nilai dari ${}^6\log 14$ adalah

- A. $\frac{a}{a+b}$ C. $\frac{a+1}{b+1}$ E. $\frac{a+1}{a(1+b)}$
B. $\frac{a+1}{a+b}$ D. $\frac{a}{a(1+b)}$

Jawab:

$${}^6\log 14 = \frac{{}^2\log 14}{{}^2\log 6} = \frac{{}^2\log 7 \cdot 2}{{}^2\log 3 \cdot 2} = \frac{{}^2\log 7 + {}^2\log 2}{{}^2\log 3 + {}^2\log 2}$$

$$= \frac{a+1}{b+1}$$

Jawabannya adalah C

12. Invers fungsi $f(x) = \frac{3x-2}{5x+8}$, $x \neq -\frac{8}{5}$ adalah $f^{-1}(x) = \dots$

A. $\frac{-8x+2}{5x-3}$

C. $\frac{8x-2}{3+5x}$

E. $\frac{-8x+2}{3x-5}$

B. $\frac{8x-2}{5x+3}$

D. $\frac{8x+2}{3-5x}$

Jawab:

$$f(x) = \frac{3x-2}{5x+8}; \text{ misal } f(x) = y$$

$$y = \frac{3x-2}{5x+8}$$

$$y(5x+8) = 3x-2$$

$$5xy + 8y = 3x - 2$$

$$5xy - 3x = -8y - 2$$

$$x(5y - 3) = -(8y + 2)$$

$$x = \frac{-(8y+2)}{(5y-3)} = \frac{-(8y+2)}{-(3-5y)} = \frac{8y+2}{3-5y}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{8x+2}{3-5x}$$

atau dengan cara menggunakan rumus:

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}; x \neq \frac{a}{c}$$

$$a = 3; b = -2; c = 5; d = 8$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a} = \frac{-8x-2}{5x-3} = \frac{-(8x+2)}{5x-3} = \frac{-(8x+2)}{-(3-5x)} = \frac{8x+2}{3-5x}$$

Jawabannya adalah D

13. Bila x_1 dan x_2 penyelesaian dari persamaan $2^{2x} - 6 \cdot 2^{x+1} + 32 = 0$ dengan $x_1 > x_2$, maka nilai dari

$$2x_1 + x_2 = \dots$$

A. $\frac{1}{4}$

C. 4

E. 16

B. $\frac{1}{2}$

D. 8

Jawab:

$$2^{2x} - 6 \cdot 2^{x+1} + 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2^x)^2 - 6 \cdot 2 \cdot 2^x + 32 = 0$$

misal $2^x = y$ maka

$$(2^x)^2 - 6 \cdot 2 \cdot 2^x + 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow y^2 - 12y + 32 = 0$$

$$(y - 8)(y - 4) = 0$$

$$y = 8 \text{ atau } y = 4$$

$$2^x = y$$

$$2^x = 8$$

$$2^x = 4$$

$${}^2\log 8 = x$$

$${}^2\log 4 = x$$

$${}^2\log 2^3 = x$$

$${}^2\log 2^2 = x$$

$$3 \cdot {}^2\log 2 = x$$

$$2 \cdot {}^2\log 2 = x$$

$$x = 3$$

$$x = 2$$

$x_1 > x_2$ maka $x_1 = 3$ dan $x_2 = 2$

$$2x_1 + x_2 = 2 \cdot 3 + 2 = 8$$

Jawabannya adalah D

14. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan eksponen : $9^{2x-4} \geq \left(\frac{1}{27}\right)^{x^2-4}$ adalah

A. $\left\{x \mid -2 \leq x \leq \frac{10}{3}\right\}$

D. $\left\{x \mid x \leq -2 \text{ atau } x \geq \frac{10}{3}\right\}$

B. $\left\{x \mid -\frac{10}{3} \leq x \leq 2\right\}$

E. $\left\{x \mid -\frac{10}{3} \leq x \leq -2\right\}$

C. $\left\{x \mid x \leq -\frac{10}{3} \text{ atau } x \geq 2\right\}$

Jawab:

$$9^{2x-4} \geq \left(\frac{1}{27}\right)^{x^2-4}$$

$$(3^2)^{2x-4} \geq (3^{-3})^{x^2-4}$$

$$3^{4x-8} \geq 3^{-3x^2+12}$$

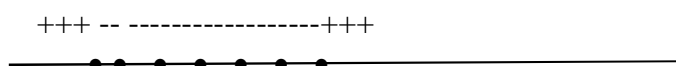
$$4x-8 \geq -3x^2+12$$

$$3x^2+4x-8-12 \geq 0$$

$$3x^2+4x-20 \geq 0$$

$$(3x+10)(x-2) \geq 0$$

$$x = -\frac{10}{3} \text{ dan } x = 2$$



$$-\frac{10}{3} \leq x \leq 2$$

Himpunan penyelesaian $\left\{x \mid x \leq -\frac{10}{3} \text{ atau } x \geq 2\right\}$

Jawabannya adalah C

15. Akar – akar persamaan ${}^2\log {}^2x - 6 \cdot {}^2\log x + 8 = {}^2\log 1$ adalah x_1 dan x_2 . Nilai $x_1 + x_2 = \dots$

- A. 6
B. 8
C. 10
D. 12
E. 20

Jawab:

$${}^2\log {}^2x - 6 \cdot {}^2\log x + 8 = {}^2\log 1$$

$$\text{misal } {}^2\log x = y$$

$$y^2 - 6y + 8 = 0$$

$$(y - 4)(y - 2) = 0$$

$$y = 4 \text{ atau } y = 2$$

$$\text{untuk } y = 4$$

$$\text{untuk } y = 2$$

$${}^2\log x = 4$$

$${}^2\log x = 2$$

$$x_1 = 2^4 = 16$$

$$x_2 = 2^2 = 4$$

$$x_1 + x_2 = 16 + 4 = 20$$

Jawabannya adalah E

16. Persamaan garis singgung melalui titik $A(-2,-1)$ pada lingkaran $x^2 + y^2 + 12x - 6y + 13 = 0$ adalah.

- A. $-2x - y - 5 = 0$
B. $x - y + 1 = 0$
C. $x + 2y + 4 = 0$
D. $3x - 2y + 4 = 0$
E. $2x - y + 3 = 0$

Jawab:

Persamaan garis singgung melalui titik (x_1, y_1) pada lingkaran $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ adalah:

$$x \cdot x_1 + y \cdot y_1 + \frac{1}{2} A (x + x_1) + \frac{1}{2} B (y + y_1) + C = 0$$

$$A(-2,-1) \rightarrow x_1 = -2 ; y_1 = -1$$

$$\text{lingkaran } x^2 + y^2 + 12x - 6y + 13 = 0 \rightarrow A = 12 ; B = -6 ; C = 13$$

Persamaan garis singgungnya adalah:

$$x \cdot -2 + y \cdot -1 + \frac{1}{2} \cdot 12 (x - 2) + \frac{1}{2} \cdot -6 (y - 1) + 13 = 0$$

$$-2x - y + 6x - 12 - 3y + 3 + 13 = 0$$

$$4x - 4y + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - y + 1 = 0$$

$$1 \quad -1 \quad -12 \quad 0$$

hasilnya adalah $x^2 - x - 12$

faktorkan:

$$x^2 - x - 12 = (x-4)(x+3)$$

Sehingga: $P(x) = x^4 - 15x^2 - 10x + n$ dengan $n=24$ mempunyai factor-faktor

$(x+2)$, $(x-1)$, $(x-4)$ dan $(x+3)$

yang sesuai dengan jawaban di atas adalah $x-4$

Jawabannya adalah A

18. Pada toko buku “Murah”, Adil membeli 4 buku, 2 pulpen dan 3 pensil dengan harga Rp. 26.000,00. Bima membeli 3 buku, 3 pulpen dan 1 pensil dengan harga Rp. 21.500,00. Citra membeli 3 buku dan 1 pensil dengan harga Rp. 12.500,00. Jika Dina membeli 2 pulpen dan 2 pensil, maka ia harus membayar

A. Rp.5.000,00

C. Rp. 10.000,00

E. Rp. 13.000,00

B. Rp. 6.500,00

D. Rp. 11.000,00

Jawab:

Misal: buku = x ; pulpen = y ; pensil = z

$$\text{Adil} \rightarrow 4x + 2y + 3z = 26000 \quad \dots(1)$$

$$\text{Bima} \rightarrow 3x + 3y + z = 21500 \quad \dots(2)$$

$$\text{Citra} \rightarrow 3x + z = 12500 \quad \dots(3)$$

pers (1) dan (2)

Eliminasi y

$$4x + 2y + 3z = 26000 \quad \times 3 \Rightarrow 12x + 6y + 9z = 78000$$

$$3x + 3y + z = 21500 \quad \times 2 \Rightarrow \underline{6x + 6y + 2z = 43000} \quad -$$

$$6x \quad \quad + 7z = 35000 \quad \dots(4)$$

Pers (3) dan (4)

eliminasi x

$$3x + z = 12500 \quad \times 6 \Rightarrow 18x + 6z = 75000$$

$$6x + 7z = 35000 \quad \times 3 \Rightarrow \underline{18x + 21z = 105000} \quad -$$

$$- 15z = -30000$$

$$z = 2000$$

cari nilai x :

$$3x + z = 12500$$

$$3x + 2000 = 12500$$

$$3x = 10500$$

$$x = 3500$$

cari nilai y :

$$4x + 2y + 3z = 26000$$

$$4 \cdot 3500 + 2y + 3 \cdot 2000 = 26000$$

$$14000 + 2y + 6000 = 26000$$

$$2y = 26000 - (14000 + 6000)$$

$$2y = 6000 ; y = 3000$$

$$\text{Dina} \rightarrow 2y + 2z = ?$$

$$2 \cdot 3000 + 2 \cdot 2000 = 6000 + 4000 = \text{Rp. } 10.000$$

Jawabannya adalah C

Jawabannya adalah C

20. Seorang pembuat kue mempunyai 4 kg gula dan 9 kg tepung. Untuk membuat sebuah kue jenis A dibutuhkan 20 gram gula dan 60 gram tepung, sedangkan untuk membuat sebuah kue jenis B dibutuhkan 20 gram gula dan 40 gram tepung. Jika kue A dijual dengan harga Rp. 4.000,00/buah dan kue B dijual dengan harga Rp. 3.000,00/buah, maka pendapatan maksimum yang dapat diperoleh pembuat kue tersebut adalah

- A. Rp. 600.000,00 C. Rp. 700.000,00 E. Rp. 800.000,00
B. Rp. 650.000,00 D. Rp. 750.000,00

Jawab:

Bahan yg tersedia :

gula = 4 Kg = 4000 gr

tepung = 9 Kg = 9000 gr

Untuk kue A dibutuhkan bahan : 20 gr gula + 60 gr tepung

Untuk kue B dibutuhkan bahan: 20 gr gula + 40 gr tepung

pendapatan maksimum : $4000x + 3000y = \dots ?$

Model matematika:

$20x + 20y \leq 4000 \Leftrightarrow x + y \leq 200 \rightarrow$ pemakaian gula

$60x + 40y \leq 9000 \Leftrightarrow 3x + 2y \leq 450 \rightarrow$ pemakaian tepung

$x \geq 0 ; y \geq 0$

titik potong $x + y \leq 200$ dengan $3x + 2y \leq 450$:

eliminasi x

$x + y = 200 \quad \times 3 \Rightarrow 3x + 3y = 600$

$3x + 2y = 450 \quad \times 1 \Rightarrow \underline{3x + 2y = 450} -$

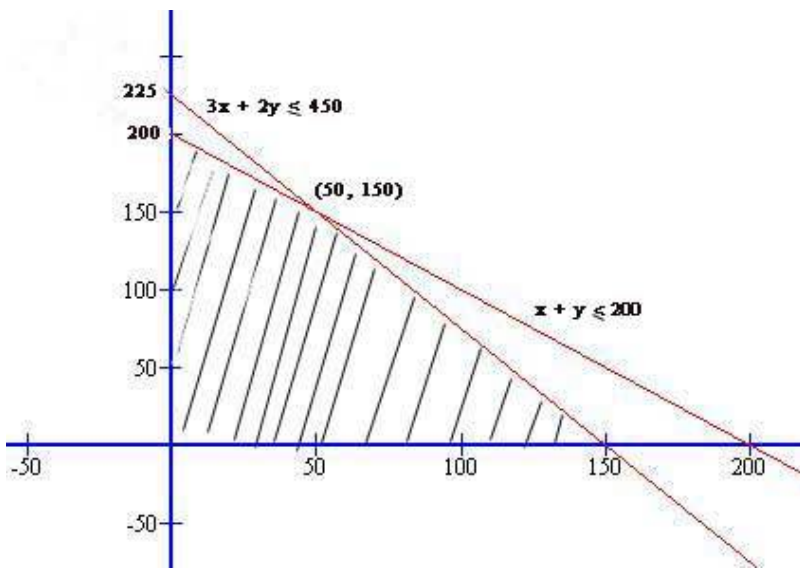
$y = 150$

$x + y = 200$

$x + 150 = 200$

$x = 200 - 150 = 50$

titik potongnya (50, 150)



Titik-titik pojoknya adalah $(0, 0)$, $(150, 0)$, $(0, 200)$ dan titik potong $(50, 150)$

Buat tabel:

x	y	$4000x + 3000y$
0	0	0
150	0	600000
0	200	600000
50	150	650000

didapat pendapatan maksimumnya dalah Rp.650.000

Jawabannya adalah B

21. Diketahui vector $\vec{a} = 2t\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = -t\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$, dan $\vec{c} = 3t\vec{i} + t\vec{j} + \vec{k}$. Jika vector $\left(\vec{a} + \vec{b}\right)$

tegak lurus \vec{c} maka nilai $2t = \dots$

A. -2 atau $\frac{4}{3}$

C. 2 atau $-\frac{4}{3}$

E. -3 atau 2

B. 2 atau $\frac{4}{3}$

D. 2 atau 2

Jawab:

$$\begin{aligned} \left(\vec{a} + \vec{b}\right) &= (2t\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}) + (-t\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}) \\ &= t\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{aligned}$$

$$\left(\vec{a} + \vec{b}\right) \text{ tegak lurus } \vec{c} \text{ maka } \left(\vec{a} + \vec{b}\right) \cdot \vec{c} = 0$$

$$\left(\vec{a} + \vec{b}\right) \cdot \vec{c} = t \cdot 3t + 1 \cdot t - 2 \cdot 1 = 0$$

$$= 3t^2 + t - 2 = 0$$

$$(3t+2)(t-1) = 0$$

$$t = -\frac{2}{3} \text{ atau } t = 1$$

$$\text{Maka } 2t = 2 \cdot -\frac{2}{3} = -\frac{4}{3} \text{ atau } 2t = 2 \cdot 1 = 2$$

Jawabannya adalah C

22. Diketahui vector $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$. Jika panjang proyeksi vector \vec{a} pada \vec{b} adalah $\frac{4}{5}$, maka salah

satu nilai x adalah

A. 6

C. 2

E. -6

B. 4

D. -4

Jawab:

$$\text{panjang proyeksi vector } \vec{a} \text{ pada } \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{-2x + 3 \cdot 0 + 4 \cdot 3}{\sqrt{x^2 + 0^2 + 3^2}} = \frac{-2x + 12}{\sqrt{x^2 + 9}} = \frac{4}{5}$$

$$5(-2x + 12) = 4\sqrt{x^2 + 9}$$

$$-10x + 60 = 4\sqrt{x^2 + 9}$$

$$(-10x + 60)^2 = (4\sqrt{x^2 + 9})^2$$

$$100x^2 - 1200x + 3600 = 16(x^2 + 9)$$

$$100x^2 - 1200x + 3600 = 16x^2 + 144$$

$$100x^2 - 16x^2 - 1200x + 3600 - 144 = 0$$

$$84x^2 - 1200x + 3456 = 0 ; \text{ dibagi } 12$$

$$7x^2 - 100x + 288 = 0$$

$$(7x - 72)(x - 4) = 0$$

$$7x - 72 = 0 \quad \text{atau } x - 4 = 0$$

$$7x = 72 \quad \quad \quad x = 4$$

$$x = \frac{72}{7} = 10 \frac{2}{7}$$

Jawabannya adalah B

23. Persamaan bayangan parabola $y = x^2 + 4$ karena rotasi dengan pusat O (0,0) sejauh 180° adalah

A. $x = y^2 + 4$

C. $x = -y^2 - 4$

E. $y = x^2 + 4$

B. $x = -y^2 + 4$

D. $y = -x^2 - 4$

Jawab:

Rotasi dengan pusat O (0,0) sejauh 180°

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \cos 180^\circ & -\sin 180^\circ \\ \sin 180^\circ & \cos 180^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$x' = -x \rightarrow x = -x'$$

$$y' = -y \rightarrow y = -y'$$

masukkan ke dalam persamaan $y = x^2 + 4$

$$-y' = (-x')^2 + 4$$

$$-y' = x'^2 + 4$$

$$y' = -x'^2 - 4 \Leftrightarrow y = -x^2 - 4$$

Jawabannya adalah D

24. Persamaan bayangan garis $4y + 3x - 2 = 0$ oleh transformasi yang bersesuaian dengan matriks

$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ dilanjutkan matriks $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ adalah

A. $8x + 7y - 4 = 0$

C. $x - 2y - 2 = 0$

E. $5x + 2y - 2 = 0$

B. $x - 2y - 2 = 0$

D. $x + 2y - 2 = 0$

Jawab:

Transformasi dengan matriks $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ dilanjutkan matriks $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ adalah:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Rightarrow C = A \cdot B \rightarrow B = A^{-1} \cdot C$$

Jika $A \cdot B = C$

1. $A = C \cdot B^{-1}$

2. $B = A^{-1} \cdot C$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{-2-0} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$= -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' & \\ -\frac{1}{2}x' & -\frac{1}{2}y' \end{pmatrix}$$

$$x = x' ; y = -\frac{1}{2}x' - \frac{1}{2}y'$$

masukkan ke dalam persamaan garis $4y + 3x - 2 = 0$:

$$\frac{60^\circ \quad 75^\circ}{A \quad 300 \text{ cm} \quad B}$$

$$\angle M = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$$

Aturan sinus:

$$\frac{AM}{\sin 75^\circ} = \frac{AB}{\sin 45^\circ} = \frac{MB}{\sin 60^\circ}$$

$$\frac{AM}{\sin 75^\circ} = \frac{AB}{\sin 45^\circ} \rightarrow AM = \frac{AB}{\sin 45^\circ} \cdot \sin 75^\circ = \frac{300}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \cdot \sin 75^\circ$$

$$\sin 75^\circ = \sin (45^\circ + 30^\circ)$$

$$= \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}$$

=

$$AM = \frac{300}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \cdot \sin 75^\circ = \frac{300}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{1}{2} \right)$$

$$= 300 \cdot \left(\frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{1}{2} \right) = 150 \cdot (\sqrt{3} + 1)$$

Jawabannya adalah A

31. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x}{x - 2} = \dots$

- A. 32 C. 8 E. 2
B. 16 D. 4

Jawab:

Cara 1: faktorisasi

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x^2 - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} x(x + 2) \\ &= 2 \cdot (2 + 2) = 8 \end{aligned}$$

Cara 2 : L'Hospital

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 4}{1} = 3 \cdot 2^2 - 4 = 8$$

Jawabannya adalah C

32. Diketahui $f(x) = \frac{x^2 + 3}{2x + 1}$. Jika $f'(x)$ menyatakan turunan pertama $f(x)$, maka $f(0) + 2 f'(0) = \dots$

- A. - 10 C. -7 E. -3
B. - 9 D. -5

Jawab:

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{2x + 1}$$

$$y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$u = x^2 + 3 \rightarrow u' = 2x$$

$$v = 2x + 1 \rightarrow v' = 2$$

$$v^2 = (2x + 1)^2$$

$$f'(x) = \frac{2x(2x+1) - 2(x^2+3)}{(2x+1)^2} \rightarrow f'(0) = \frac{2 \cdot 0(2 \cdot 0 + 1) - 2(0+3)}{(2 \cdot 0 + 1)^2} = -6$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{2x + 1} \rightarrow f(0) = \frac{0 + 3}{2 \cdot 0 + 1} = 3$$

$$f(0) + 2f'(0) = 3 + 2 \cdot -6 = 3 - 12 = -9$$

Jawabannya adalah B

33. Sebuah kotak tanpa tutup yang alasnya berbentuk persegi, mempunyai volume 4 m^3 terbuat dari selembar karton. Agar karton yang diperlukan sedikit mungkin, maka ukuran panjang, lebar, dan tinggi kotak berturut-turut adalah

A. 2 m, 1 m, 2 m

C. 1 m, 2 m, 2 m

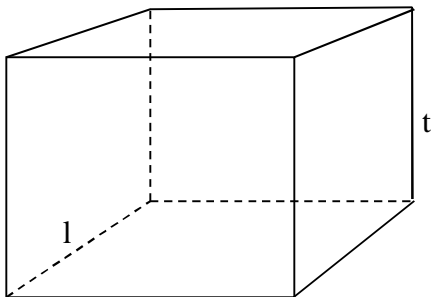
E. 1 m, 1 m, 4 m

B. 2 m, 2 m, 1 m

D. 4 m, 1 m, 1 m

Jawab:

Cara 1 :



p

$$V = 4 \text{ m}^3$$

$$= p \cdot l \cdot t = 4 \text{ ; asumsi } p = l$$

maka :

$$p^2 \cdot t = 4$$

$$t = \frac{4}{p^2}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Luas permukaan kotak}(L) &= p \cdot l + 2 \cdot l \cdot t + 2 \cdot p \cdot t \\
 &= p^2 + 2 \cdot p \cdot \frac{4}{p^2} + 2 \cdot p \cdot \frac{4}{p^2} \\
 &= p^2 + 4 \cdot p \cdot \frac{4}{p^2} = p^2 + \frac{16}{p}
 \end{aligned}$$

Agar minimum maka $L' = 0$

$$L' = 2p - \frac{16}{p^2} = 0 \rightarrow 2p = \frac{16}{p^2}$$

$$2 = \frac{16}{p^3} \rightarrow p^3 = 8$$

$$p = 2 = l$$

$$p \cdot l \cdot t = 4$$

$$2 \cdot 2 \cdot t = 4$$

$$t = \frac{4}{4} = 1$$

maka didapat panjang = 2 m, lebar = 2m dan tinggi = 1 m

Cara 2 : trial and error dan merupakan bukti cara 1

buat tabel :

p	l	t	$L = p \cdot l + 2 \cdot l \cdot t + 2 \cdot p \cdot t$
2	1	2	$2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 2 = 14$
2	2	1	$4 + 4 + 4 = 12$
1	2	2	$2 + 8 + 4 = 14$
4	1	1	$4 + 2 + 8 = 14$
1	1	4	$1 + 8 + 8 = 17$

Terlihat bahwa nilai minimum adalah 12

sehingga $p = 2\text{m}$; $l = 2\text{m}$ dan $t = 1\text{ m}$

Jawabannya adalah B

34. Turunan pertama dari $y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$ adalah $y' = \dots$

A. $\frac{\cos x}{(\sin x + \cos x)^2}$

C. $\frac{2}{(\sin x + \cos x)^2}$

E. $\frac{2 \sin x \cdot \cos x}{(\sin x + \cos x)^2}$

B. $\frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$

D. $\frac{\sin x - \cos x}{(\sin x + \cos x)^2}$

Jawab:

$$y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$u = \sin x \rightarrow u' = \cos x$$

$$v = \sin x + \cos x \rightarrow v' = \cos x - \sin x$$

$$v^2 = (\sin x + \cos x)^2$$

$$\begin{aligned}
 y' &= \frac{u'v - v'u}{v^2} = \frac{\cos x(\sin x + \cos x) - (\cos x - \sin x)\sin x}{(\sin x + \cos x)^2} \\
 &= \frac{\cos x \sin x + \cos^2 x - (\cos x \sin x - \sin^2 x)}{(\sin x + \cos x)^2} \\
 &= \frac{\cos x \sin x + \cos^2 x - \cos x \sin x + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2} \\
 &= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}
 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah B

35. Hasil dari $\int \cos^2 x \cdot \sin x \, dx$ adalah

- A. $\frac{1}{3} \cos^3 x + C$ C. $-\frac{1}{3} \sin^3 x + C$ E. $3 \sin^3 x + C$
 B. $-\frac{1}{3} \cos^3 x + C$ D. $\frac{1}{3} \sin^3 x + C$

Jawab:

Misal :

$$u = \cos x$$

$$du = -\sin x \, dx$$

$$\begin{aligned}
 \int \cos^2 x \cdot \sin x \, dx &= -\int u \cdot du = -\frac{1}{3}u^3 + C \\
 &= -\frac{1}{3}\cos^3 x + C
 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah B

36. Hasil $\int_1^4 \frac{2}{x\sqrt{x}} \, dx = \dots$

- A. -12 C. -3 E. $\frac{3}{2}$
 B. -4 D. 2

Jawab:

$$\int_1^4 \frac{2}{x\sqrt{x}} \, dx = \int_1^4 \frac{2}{x \cdot x^{\frac{1}{2}}} \, dx = \int_1^4 \frac{2}{x^{\frac{3}{2}}} \, dx = \int_1^4 2x^{-\frac{3}{2}} \, dx =$$

$$Q_i = L_i + \left(\frac{\frac{i \cdot n}{4} - f_k}{f} \right) c$$

L_i = tepi bawah kuartil ke-i

n = banyaknya data

f_k = frekuensi kumulatif kelas sebelum kuartil ke-i

f = frekuensi kelas kuartil ke-i

c = lebar kelas

Kuartil atas = Q_3 :

$$Q_3 = L_3 + \left(\frac{\frac{3 \cdot n}{4} - f_k}{f} \right) c$$

Kelas kuartil atas berada di:

$$\frac{3 \cdot n}{4}; n = 4 + 6 + 8 + 10 + 8 + 4 = 40 \rightarrow \frac{3 \cdot 40}{4} = 30$$

Berada di kelas ke 5 (70-74)

$$L_3 = \text{tepi bawah kuartil} = 70 - 0.5 = 69.5$$

$$f_k = \text{frekuensi kumulatif kelas sebelum kuartil ke-3} = 4 + 6 + 8 + 10 = 28$$

$$f = \text{frekuensi kelas kuartil ke-3} = 8$$

$$c = \text{lebar kelas} = 74.5 - 69.5 = 5$$

$$\begin{aligned} Q_3 &= 69.5 + \left(\frac{\frac{3 \cdot 40}{4} - 28}{8} \right) 5 = 69.5 + \left(\frac{30 - 28}{8} \right) \cdot 5 = 69.5 + \frac{2}{8} \cdot 5 \\ &= 69.5 + 0.25 \cdot 5 = 69.5 + 1.25 = 70.75 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah D