

**SOAL DAN PEMBAHASAN**

**UJIAN NASIONAL**

**SMA/MA IPA**

**TAHUN PELAJARAN 2008/2009**

1. Perhatikan premis – premis berikut !

- Jika saya giat belajar maka saya bisa meraih juara
- Jika saya bisa meraih juara maka saya boleh ikut bertanding

Ingkaran dari kesimpulan kedua premis di atas adalah ....

- A. Saya giat belajar dan saya tidak boleh ikut bertanding
- B. Saya giat belajar atau saya tidak boleh ikut bertanding
- C. Saya giat belajar maka saya bisa meraih juara
- D. Saya giat belajar dan saya boleh ikut bertanding
- E. Saya ikut bertanding maka saya giat belajar

Jawab:

p = giat belajar

q = bisa meraih juara

r = boleh ikut bertanding

premis 1 :  $p \Rightarrow q$

premis 2 :  $q \Rightarrow r$       modus silogisme

$\therefore p \Rightarrow r$

ingkaran  $(p \Rightarrow r) = \sim(p \Rightarrow r) = p \wedge \sim r$

$p \wedge \sim r$  = Saya giat belajar dan saya tidak boleh ikut bertanding

( $\Rightarrow \rightarrow$  maka,  $\wedge \rightarrow$  dan,  $\vee \rightarrow$  atau)

**Jawabannya adalah A**

2. Akar-akar persamaan  $2x^2 - 6x + 2m - 1 = 0$  adalah  $\alpha$  dan  $\beta$ . Jika  $\alpha = 2\beta$ , maka nilai m adalah.

- A. 3                                      C.  $\frac{3}{2}$                                       E.  $\frac{1}{2}$   
B.  $\frac{5}{2}$                                       D.  $\frac{2}{3}$

Jawab:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-6}{2} = 3$$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{2m-1}{2} =$$

$$\alpha = 2\beta$$

$$\alpha + \beta = 2\beta + \beta = 3\beta = 3$$

$$\beta = 1$$

$$\alpha = 2\beta \rightarrow \alpha = 2 \cdot 1 = 2$$

$$\alpha \cdot \beta = 2 \cdot 1 = \frac{2m-1}{2}$$

$$2m - 1 = 4$$

$$2m = 4 + 1$$

$$m = \frac{5}{2}$$

**Jawabannya adalah B**

3. Jika p dan q adalah akar-akar persamaan  $x^2 - 5x - 1 = 0$ , maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya  $2p + 1$  dan  $2q + 1$  adalah ....

- A.  $x^2 + 10x + 11 = 0$                                       C.  $x^2 - 10x + 11 = 0$                                       E.  $x^2 - 10x - 7 = 0$   
B.  $x^2 - 10x + 7 = 0$                                       D.  $x^2 - 12x + 7 = 0$

Jawab:

$$p + q = -\frac{b}{a} = -\frac{-5}{1} = 5$$

$$p \cdot q = \frac{c}{a} = -1$$

Persamaan kuadrat dgn akar-akar  $x_1$  dan  $x_2$  :

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

persamaan kuadrat baru yang akar- akarnya  $2p + 1$  dan  $2q + 1$ :

$$x^2 - (2p + 1 + 2q + 1)x + (2p + 1) \cdot (2q + 1) = 0$$

$$x^2 - (2p + 2q + 2)x + (4pq + 2p + 2q + 1) = 0$$

$$x^2 - 2(p + q + 1)x + 4pq + 2(p + q) + 1 = 0$$

$$x^2 - 2(5 + 1)x + 4 \cdot (-1) + 2 \cdot 5 + 1 = 0$$

$$x^2 - 12x + 7 = 0$$

Jawabannya adalah D

4. Diketahui  ${}^2\log\sqrt{12x+4} = 3$ . Nilai  $3x = \dots$

- A. 15                      C.  $\frac{5}{3}$                       E.  $\frac{1}{5}$   
B. 5                         D.  $\frac{3}{5}$

Jawab:

$${}^2\log\sqrt{12x+4} = 3$$

$${}^2\log\sqrt{12x+4} = 3 \cdot {}^2\log 2 \rightarrow {}^2\log\sqrt{12x+4} = {}^2\log 2^3$$

$$\sqrt{12x+4} = 2^3$$

$$\sqrt{12x+4} = 8$$

$$(\sqrt{12x+4})^2 = 8^2$$

$$12x + 4 = 64$$

$$12x = 64 - 4$$

$$x = \frac{60}{12} = 5 \rightarrow 3 \cdot x = 3 \cdot 5 = 15$$

**Jawabannya adalah A**

5. Jika grafik fungsi  $f(x) = x^2 + px + 5$  menyinggung garis  $2x + y = 1$  dan  $p > 0$ , maka nilai  $p$  yang memenuhi adalah ....

- A. - 6
- B. - 4
- C. -2
- D. 2
- E. 4

Jawab:

$$f(x) = y = x^2 + px + 5$$

$$2x + y = 1 \rightarrow y = 1 - 2x$$

$$1 - 2x = x^2 + px + 5 = 0$$

$$x^2 + px + 2x + 5 - 1 = 0$$

$$x^2 + (p + 2)x + 4 = 0$$

Syarat bersinggungan  $D = 0$

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0$$

$$(p + 2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$$

$$(p + 2)^2 = 16$$

$$p + 2 = \pm 4$$

$$p = 2 \text{ atau } p = -6$$

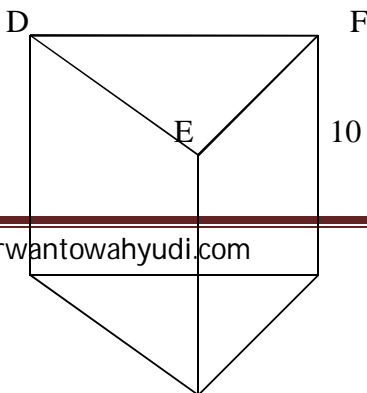
karena  $p > 0$  maka  $p = 2$

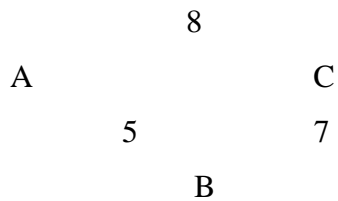
**Jawabannya adalah D**

6. Diketahui prisma segitiga tegak ABC.DEF. Panjang rusuk- rusuk alas  $AB = 5$  cm,  $BC = 7$  cm dan  $AC = 8$  cm. Panjang rusuk tegak 10 cm. Volume prisma tersebut adalah ...  $\text{cm}^3$ .

- A. 100
- B.  $100\sqrt{3}$
- C. 175
- D. 200
- E.  $200\sqrt{15}$

Jawab:





Volume prisma = L alas x tinggi

$$\text{Luas alas prisma} = \sqrt{s(s - AB).(s - BC).(s - CA)}$$

$$\text{dimana } s = \frac{1}{2} (AB + BC + CA)$$

$$= \frac{1}{2} (5 + 7 + 8) = 10$$

$$L \text{ alas} = \sqrt{10(10 - 5).(10 - 7).(10 - 8)}$$

$$= \sqrt{10.5.3.2} = \sqrt{300} = 10 \sqrt{3}$$

$$\text{Volume Prisma} = 10 \sqrt{3} \cdot 10$$

$$= 100 \cdot \sqrt{3} \text{ cm}^3$$

**Jawabannya adalah B**

7. Luas segi 12 beraturan dengan panjang jari- jari lingkaran luar 8 cm adalah ... cm<sup>2</sup>.

A. 192

C. 162

E. 144

B. 172

D. 148

Jawab:

Luas segi n beraturan dengan panjang jari-jari lingkaran r adalah:

$$L = n \cdot \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin \left( \frac{360}{n} \right)^\circ$$

Luas segi 12 beraturan dengan panjang jari-jari lingkaran luar 8 cm adalah:

$$L = 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8^2 \cdot \sin \left( \frac{360}{12} \right)^\circ$$

$$= 384 \cdot \sin 30^\circ = 384 \cdot \frac{1}{2} = 192$$

**Jawabannya adalah A**

8. Diketahui kubus ABCD.EFGH, panjang rusuk kubus 12 cm. Titik P terletak pada perpanjangan rusuk DC sehingga  $CP : DP = 1 : 3$ . Jarak titik P dengan bidang BDHF adalah ... cm.

A.  $6\sqrt{2}$

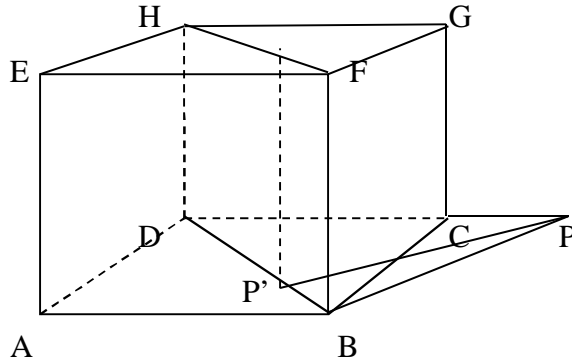
C.  $12\sqrt{2}$

E.  $18\sqrt{2}$

B.  $9\sqrt{2}$

D.  $16\sqrt{2}$

Jawab:



$$CP : DP = 1 : 3 \rightarrow CP = \frac{1}{2} DC$$

$$CP = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6 \rightarrow$$

$$DP = DC + CP = 12 + 6 = 18$$

$$\begin{aligned} \text{Luas } \triangle BDP &= \frac{1}{2} \cdot \text{alas} \times \text{tinggi} = \frac{1}{2} \cdot DP \cdot CB \quad ; (CB \perp DP) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 12 = 108 \end{aligned}$$

$PP' \perp BD$  maka :

$$\begin{aligned} \text{Luas } \triangle BDP &= \frac{1}{2} \cdot BD \cdot PP' \\ &= \frac{1}{2} \cdot 12\sqrt{2} \cdot PP' = 6\sqrt{2} \cdot PP' = 108 \end{aligned}$$

$$PP' = \frac{108}{6\sqrt{2}} = \frac{18}{\sqrt{2}} = \frac{18}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{18}{2} \sqrt{2} = 9 \sqrt{2}$$

**Jawabannya adalah D**

9. Balok ABCD.EFGH dengan panjang  $AB = BC = 3$  cm dan  $AE = 5$  cm. P terletak pada AD sehingga  $AP : PD = 1 : 2$  dan Q pada FG sehingga  $FQ : QG = 2 : 1$ . Jika  $\alpha$  adalah sudut antara PQ dengan ABCD, maka  $\tan \alpha = \dots$

$$\frac{1}{2}\sqrt{5}$$

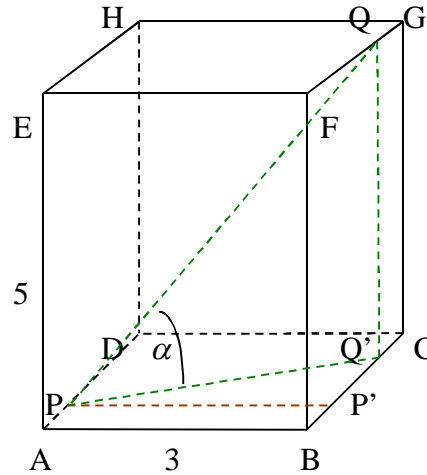
$$C. \frac{1}{2}\sqrt{10}$$

$$E. \frac{1}{7}\sqrt{35}$$

$$\frac{1}{10}\sqrt{5}$$

$$D. \frac{1}{7}\sqrt{14}$$

Jawab:



$\alpha$  adalah sudut  $QPQ'$

$$\tan \alpha = \frac{\text{bidang tegak}}{\text{bidang datar}} = \frac{QQ'}{PQ'}$$

$$QQ' = AE = 5$$

$$PQ' = \sqrt{(PP')^2 + (P'Q')^2} \quad ; PP' = AB = 3 \quad ; P'Q' = 3 - BP' - CQ' = 3 - 1 - 1 = 1$$
$$= \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

$$\tan \alpha = \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{10}} \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{5}{10} \sqrt{10} = \frac{1}{2} \sqrt{10}$$

Jawabannya adalah C

10. Himpunan penyelesaian persamaan  $\sin^2 2x - 2 \sin x \cos x - 2 = 0$ , untuk  $0 \leq x \leq 360$  adalah ....

A. { 45,135 }

C. { 45,225 }

E. { 135,315 }

B. { 135,180 }

D. { 135,225 }

Jawab:

$$\sin^2 2x - 2 \sin x \cos x - 2 = 0$$

$$(\sin 2x - 2)(\sin 2x + 1) = 0$$

$$\sin 2x - 2 = 0 \quad \text{atau} \quad \sin 2x + 1 = 0$$

$$\sin 2x = 2 \rightarrow \text{tidak ada} \quad \sin 2x = -1$$

$$\sin 2x = \sin 270^\circ$$

$$2x = 270^\circ + k \cdot 360^\circ$$

$$x = 135^\circ + k \cdot 180^\circ$$

$$\text{untuk } k = 0 \rightarrow x = 135^\circ$$

$$k = 1 \rightarrow x = 315^\circ$$

Jadi himpunan penyelesaiannya  $\{ 135, 315 \}$

**Jawabannya adalah E**

11. Lingkaran  $L = (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 9$  memotong garis  $y = 3$ . Garis singgung lingkaran yang melalui titik potong antara lingkaran dan garis tersebut adalah ....

A.  $x = 2$  dan  $x = -4$

C.  $x = -2$  dan  $x = 4$

E.  $x = 8$  dan  $x = -10$

B.  $x = 2$  dan  $x = -2$

D.  $x = -2$  dan  $x = -4$

Jawab:

Substitusikan  $y = 3$  ke dalam lingkaran:

$$(x + 1)^2 + (3 - 3)^2 = 9$$

$$(x + 1)^2 = 9$$

$$x + 1 = \pm 3$$

$$x_1 = 3 - 1 = 2$$

$$x_2 = -3 - 1 = -4$$

Sehingga titik singgungnya di titik  $(2, 3)$  dan  $(-4, 3)$

Persamaan garis singgung melalui titik  $(x_1, y_1)$  pada lingkaran  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  adalah :

$$(x - a)(x_1 - a) + (y - b)(y_1 - b) = r^2$$

$$a = -1 : b = 3 ;$$

Persamaan garis singgung di titik  $(2, 3) : \rightarrow x_1 = 2 ; y_1 = 3$



$$(x + 1)(2 + 1) + (y - 3)(3 - 3) = 9$$

$$3(x + 1) + 0 = 9$$

$$3x + 3 = 9$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

Persamaan garis singgung di titik  $(-4, 3) : \rightarrow x_1 = -4 ; y_1 = 3$

$$(x + 1)(-4 + 1) + (y - 3)(3 - 3) = 9$$

$$-3(x + 1) + 0 = 9$$

$$-3x - 3 = 9$$

$$-3x = 12$$

$$x = -4$$

**Jawabannya adalah A**

12. Dalam suatu segitiga ABC diketahui  $\cos A = \frac{3}{5}$  dan  $\cos B = \frac{5}{13}$ . Nilai  $\sin C = \dots$

A.  $\frac{56}{65}$

C.  $-\frac{16}{65}$

E.  $-\frac{56}{65}$

B.  $\frac{33}{65}$

D.  $-\frac{33}{65}$

Jawab:

$$\sin C = \sin (180^\circ - (A + B))$$

$$= \sin (A + B)$$

$$= \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\sin^2 A = 1 - \cos^2 A$$

$$= 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\sin A = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\sin^2 B + \cos^2 B = 1$$

$$\sin^2 B = 1 - \cos^2 B$$

$$= 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$$

$$\sin B = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$$

$$\sin C = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$= \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{13} + \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{13} = \frac{20 + 36}{65} = \frac{56}{65}$$

**Jawabannya adalah A**

13. Diketahui  $\sin \alpha = \frac{1}{5}\sqrt{13}$ ,  $\alpha$  sudut lancip. Nilai dari  $\cos 2\alpha = \dots$

- A. -1                                      C.  $-\frac{1}{5}$                                       E. 1  
B.  $-\frac{1}{2}$                                       D.  $-\frac{1}{25}$

Jawab:

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$= 1 - 2 \left(\frac{1}{5}\sqrt{13}\right)^2$$

$$= 1 - 2 \cdot \frac{13}{25} = \frac{25 - 26}{25} = -\frac{1}{25}$$

**Jawabannya adalah D**

14. Perhatikan tabel distribusi nilai ulangan matematika berikut ini !

Nilai	Frekuensi
11 - 20	2
21 - 30	5
31 - 40	8
41 - 50	3

51 – 60	1
---------	---

Modus dari data pada tabel adalah ....

- 33,75
- 34,00
- C. 34,25
- D. 34,50
- E. 34,75

Jawab:

Modus dari suatu data berkelompok adalah:

$$M_0 = L + \left( \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c$$

$M_0$  = modus data berkelompok

Modus berada di kelas ke-3 karena mempunyai frekuensi tertinggi.

$L$  = tepi bawah kelas modus = 31 - 0.5 = 30.5

$c$  = panjang kelas (tepi atas – tepi bawah kelas modus) = 40.5 – 30.5 = 10

$\Delta_1$  = selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sebelumnya = 8 – 5 = 3

$\Delta_2$  = selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sesudahnya = 8 – 3 = 5

$$M_0 = 30,5 + \left( \frac{3}{3+5} \right) \cdot 10 = 30,5 + \frac{3}{8} \cdot 10$$

$$= 30,5 + \frac{5}{4} \cdot 3 = 30,5 + 3,75 = 34,25$$

Jawabannya adalah C

15. Disebuah kelas di SMA Y, terdiri dari 30 orang siswa. Pada kelas tersebut akan dipilih 3 orang sebagai pengurus kelas yang menjabat sebagai ketua kelas, wakil ketua dan sekretaris. Banyaknya cara memilih yang mungkin terjadi adalah ....

A. 24.360

C. 42.360

E. 46.230

B. 24.630

D. 42.630

Jawab:

$ABC \neq CBA \rightarrow$  Permutasi

$n = 30 ; r = 3$

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P_3^{30} = \frac{30!}{(30-3)!} = \frac{30.29.28.27!}{27!} = 30.29.28 = 24360$$

**Jawabannya adalah A**

16. Dari seperangkat kartu bridge diambil dua kartu sekaligus secara acak. Peluang yang terambil dua kartu king adalah ....

A.  $\frac{1}{221}$

C.  $\frac{4}{221}$

E.  $\frac{8}{663}$

B.  $\frac{1}{13}$

D.  $\frac{11}{221}$

Jawab:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Kartu bridge berjumlah  $13 \times 4 = 52$

Banyaknya cara untuk mengambil 2 kartu dari 52 kartu yang tersedia :

$$C_2^{52} = n(s) = \frac{52!}{2!(52-2)!} = \frac{52.51.50!}{2.50!} = 26. 51 = 1326$$

Kartu king pada satu set kartu bridge terdiri dari 4 kartu king maka

Banyak cara untuk mengambil 2 kartu king dari 4 kartu king yang tersedia :

$$C_2^4 = n(A) = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2 \cdot 2!} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{1326} = \frac{1}{221}$$

**Jawabannya adalah A**

17. Suku banyak  $f(x)$  jika dibagi  $(x - 2)$  sisa 1, dibagi  $(x + 3)$  sisa  $-8$ . Suku banyak  $g(x)$  jika dibagi  $(x - 2)$  sisa 9, dibagi  $(x + 3)$  sisa 2. Jika  $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ , maka sisa pembagian  $h(x)$  dibagi  $x^2 + x - 6$  adalah ....

- A.  $7x - 1$                       C.  $5x - 1$                       E.         $3x - 1$   
 B.  $6x - 1$                       D.  $4x - 1$

Jawab:

$f(x)$  jika dibagi  $(x - 2)$  sisa 1  $\rightarrow f(2) = 1$

$f(x)$  jika dibagi  $(x + 3)$  sisa  $-8$   $\rightarrow f(-3) = -8$

$g(x)$  jika dibagi  $(x - 2)$  sisa 9  $\rightarrow g(2) = 9$

$g(x)$  jika dibagi  $(x + 3)$  sisa 2  $\rightarrow g(-3) = 2$

$h(x) = f(x) \cdot g(x)$

$h(2) = f(2) \cdot g(2) = 1 \cdot 9 = 9$

$h(-3) = f(-3) \cdot g(-3) = -8 \cdot 2 = -16$

$h(x)$  dibagi  $x^2 + x - 6$  bersisa  $s(x)$  dapat ditulis sbb:

$h(x) = (x + 3)(x - 2)H(x) + s(x) \rightarrow s(x) = ax + b$

$h(2) = 2a + b = 9$

$h(-3) = -3a + b = -16$

$5a = 25$

$a = 5$

$2a + b = 9$

$$2. 5 + b = 9$$

$$b = 9 - 10 = -1$$

sisanya pembagiannya :

$$ax + b = 5x - 1$$

**Jawabannya adalah C**

18. Diketahui  $f(x) = x^2 + 4x - 5$  dan  $g(x) = 2x - 1$ . Hasil dari fungsi komposisi  $(g \circ f)(x)$  adalah ....

A.  $2x^2 + 8x - 11$

C.  $2x^2 + 8x - 9$

E.  $2x^2 + 4x - 9$

B.  $2x^2 + 8x - 6$

D.  $2x^2 + 4x - 6$

Jawab:

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g \circ (f(x)) = g(x^2 + 4x - 5) \\ &= 2(x^2 + 4x - 5) - 1 \\ &= 2x^2 + 8x - 10 - 1 \\ &= 2x^2 + 8x - 11\end{aligned}$$

**Jawabannya adalah A**

19. Garis l menyinggung kurva  $y = 6\sqrt{x}$  di titik yang berabsis 4. Titik potong garis l dengan sumbu x adalah ....

A. (4,0)

C. (12,0)

E. (6,0)

B. (-4,0)

D. (-6,0)

Jawab:

persamaan garis singgung :

$$y - b = m(x - a) \text{ dimana } m = y'$$

$$y = 6\sqrt{x} ; x = 4 \rightarrow y = 6\sqrt{4} = 6 \cdot 2 = 12$$

$$y = 6\sqrt{x} = 6x^{\frac{1}{2}} \rightarrow y' = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{3}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$$

persamaan garis singgung di titik (4, 12)

$$y - 12 = \frac{3}{2}(x - 4)$$

$$2y - 24 = 3x - 12$$

$$2y = 3x - 12 + 24$$

$$2y = 3x + 12$$

$$y = \frac{3}{2}x + 6$$

Titik potong garis l dengan sumbu x maka  $y = 0$

$$0 = \frac{3}{2}x + 6$$

$$\frac{3}{2}x = -6$$

$$x = \frac{-12}{3} = -4$$

Sehingga titik potongnya adalah  $(-4,0)$

**Jawabannya adalah B**

20. Seorang petani menyemprotkan obat pembasmi hama pada tanamannya. Reaksi obat tersebut t jam setelah disemprotkan dinyatakan dengan rumus  $f(t) = 15t^2 - t^3$ . Reaksi maksimum tercapai setelah ....

- A. 3 jam                                      C. 10 jam                                      E. 30 jam  
B. 5 jam                                      D. 15 jam

Jawab:

$$f(t) = 15t^2 - t^3$$

Reaksi maksimum jika  $f'(t) = 0$

$$f'(t) = 30t - 3t^2 = 0$$

$$3t(10 - t) = 0$$

$$t = 0 \text{ atau } t = 10$$

**Jawabannya adalah C**

21. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{10 + 2x} - (x + 1)} = \dots$

- 8                                      C. 4                                      E. 8  
- 6                                      D. 6

Jawab:

Cara 1 : Rasionalisasi penyebut

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{10 + 2x} - (x + 1)} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{10 + 2x} - (x + 1)} \cdot \frac{\sqrt{10 + 2x} + (x + 1)}{\sqrt{10 + 2x} + (x + 1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9) \cdot \sqrt{10 + 2x} + (x + 1)}{10 + 2x - (x + 1)^2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9) \cdot \sqrt{10 + 2x} + (x + 1)}{10 + 2x - (x^2 + 2x + 1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9) \cdot \sqrt{10 + 2x} + (x + 1)}{10 + 2x - x^2 - 2x - 1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9) \cdot \sqrt{10 + 2x} + (x + 1)}{9 - x^2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9) \cdot \sqrt{10 + 2x} + (x + 1)}{-(x^2 - 9)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} -\sqrt{10 + 2x} + (x + 1) = -(\sqrt{10 + 2 \cdot 3} + (3 + 1)) \\
 &= -(\sqrt{16} + 4) = -(4 + 4) = -8
 \end{aligned}$$

Cara 2 : L'Hospital

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{10 + 2x} - (x + 1)} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{(10 + 2x)^{\frac{1}{2}} - (x + 1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x}{\frac{1}{2}(10 + 2x)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2 - 1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x}{\frac{1}{\sqrt{10 + 2x}} - 1} = \frac{2 \cdot 3}{\frac{1}{\sqrt{10 + 2 \cdot 3}} - 1} \\
 &= \frac{6}{\frac{1}{\sqrt{16}} - 1} = \frac{6}{\frac{1}{4} - 1} = \frac{6}{-\frac{3}{4}} = \frac{-24}{3} = -8
 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah A



22. Nilai  $\lim_{x \rightarrow \sim} \sqrt{25x^2 - 9x - 16} - 5x + 3 = \dots$

- A.  $-\frac{39}{10}$                       C.  $\frac{21}{10}$                       E.  $\sim$   
 B.  $\frac{9}{10}$                       D.  $\frac{39}{10}$

Jawab:

$$\lim_{x \rightarrow \sim} \left( \sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{ax^2 + px + q} \right) = \frac{b-p}{2\sqrt{a}} \quad ; \text{ syarat: } a \text{ sama}$$

$$\lim_{x \rightarrow \sim} \sqrt{25x^2 - 9x - 16} - 5x + 3 = \lim_{x \rightarrow \sim} \sqrt{25x^2 - 9x - 16} - (5x - 3)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \sim} \sqrt{25x^2 - 9x - 16} - \sqrt{(5x - 3)^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \sim} \sqrt{25x^2 - 9x - 16} - \sqrt{25x^2 - 30x + 9} \rightarrow a = 25 ; b = -9 ; p = -30$$

$$= \frac{b-p}{2\sqrt{a}} = \frac{-9+30}{2\sqrt{25}} = \frac{21}{2.5} = \frac{21}{10}$$

Jawabannya adalah C

23. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1).2(x-1)}{-2 \sin^2(x-1)} = \dots$

- A.  $-2$                       C.  $-\frac{1}{2}$                       E.  $0$   
 B.  $-2$                       D.  $-\frac{1}{4}$

Jawab:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1).2(x-1)}{-2 \sin^2(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1).(x+1).2(x-1)}{-2 \sin(x-1) \sin(x-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x+1)}{-2} \frac{(x-1)}{\sin(x-1)} \frac{(x-1)}{\sin(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x+1)}{-2} . 1 . 1 = \lim_{x \rightarrow 1} -(x+1)$$

$$= -(1+1) = -2$$

Jawabannya adalah A

24. Diketahui balok ABCD.EFGH dengan koordinat titik sudut A(3,0,0), C(0,√7,0), D(0,0,0), F(3,√7,4), dan H(0,0,4). Besar sudut antara vector,  $\overrightarrow{DH}$  dan  $\overrightarrow{DF}$  adalah ....

- A. 15°    C. 45°    E. 90°  
 B. 30°    D. 60°

Jawab:

$$\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{DH} \cdot \overrightarrow{DF}}{|\overrightarrow{DH}| \cdot |\overrightarrow{DF}|}$$

$$\overrightarrow{DH} = H - D = (0-0, 0-0, 4-0) = (0, 0, 4)$$

$$\overrightarrow{DF} = F - D = (3-0, \sqrt{7}-0, 4-0) = (3, \sqrt{7}, 4)$$

$$\cos \alpha = \frac{0 \cdot 3 + 0 \cdot \sqrt{7} + 4 \cdot 4}{\sqrt{4^2} \cdot \sqrt{3^2 + (\sqrt{7})^2 + 4^2}} = \frac{16}{\sqrt{16} \cdot \sqrt{32}} = \frac{16}{4 \cdot 4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \rightarrow \alpha = 45^\circ$$

**Jawabannya adalah C**

25. Diketahui koordinat A(-4,2,3), B(7,8,-1) dan C(1,0,7). Jika  $\overrightarrow{AB}$  wakil vector  $\vec{u}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  wakil vector  $\vec{v}$  maka proyeksi  $\vec{u}$  pada  $\vec{v}$  adalah ....

- A.  $3\vec{i} - \frac{6}{5}\vec{j} + \frac{12}{5}\vec{k}$     C.  $\frac{9}{5}(5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k})$     E.  $\frac{9}{55}(5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k})$   
 B.  $3\sqrt{5}\vec{i} - \frac{6}{\sqrt{5}}\vec{j} + \frac{12}{\sqrt{5}}\vec{k}$     D.  $\frac{17}{45}(5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k})$

Jawab:

$$|\vec{c}| = \left( \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \right) \cdot \vec{v}$$

$$\overrightarrow{AB} = \vec{u} = B - A = (11, 6, -4)$$

$$\overrightarrow{AC} = \vec{v} = C - A = (5, -2, 4)$$

$$|\vec{c}| = \left( \frac{(11.5 + 6. - 2 + -4.4)}{(\sqrt{25 + 4 + 16})^2} \right) \cdot (5, -2, 4) = \left( \frac{(55 - 12 - 16)}{(\sqrt{45})^2} \right) \cdot (5, -2, 4)$$

$$= \frac{27}{45} (5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}) = 3\vec{i} - \frac{6}{5}\vec{j} + \frac{12}{5}\vec{k}$$

**Jawabannya adalah A**

26. Bayangan garis  $2x - y - 6 = 0$  jika dicerminkan terhadap sumbu x dilanjutkan rotasi pusat O sejauh  $90^\circ$  adalah ....

- A.  $2x + y - 6 = 0$                       C.  $x - 2y - 6 = 0$                       E.  $x - 2y + 6 = 0$   
 B.  $x + 2y - 6 = 0$                       D.  $x + 2y + 6 = 0$

Jawab:

Pencerminan terhadap sumbu x =  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Rotasi  $(0, 90^\circ)$  =  $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Pencerminan terhadap sumbu x dilanjutkan rotasi pusat O sejauh  $90^\circ$ :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$x' = y \rightarrow y = x'$$

$$y' = x \rightarrow x = y'$$

substitusikan ke dalam persamaan garis  $2x - y - 6 = 0$ :

$$2y' - x' - 6 = 0 \rightarrow x' - 2y' + 6 = 0 \Rightarrow x - 2y + 6 = 0$$

**Jawabannya adalah E**

27. Titik  $A'(3,4)$  dan  $B'(1,6)$  merupakan bayangan titik  $A(2,3)$  dan  $B(-4,1)$  oleh transformasi

$T_1 = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  yang diteruskan  $T_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ . Bila koordinat peta titik C oleh transformasi  $T_2 \circ T_1$

adalah  $C'(-5,-6)$ , maka koordinat titik C adalah ....

- A. (4,5)                                  C. (-4, -5)                                  E. (5,4)  
B. (4, -5)                                  D. (-5,4)

Jawab:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a & -b+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$-2a+3(1-b) = 4$$

$$-2a + 3 - 3b = 4$$

$$-2a - 3b = 1 \rightarrow 2a + 3b = -1 \dots(1)$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a & -b+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$4a - b + 1 = 6$$

$$4a - b = 5 \dots(2)$$

Substitusi pers (1) dan (2) :

Eliminasi a

$$2a + 3b = -1 \quad \times 4 \Rightarrow 8a + 12b = -4$$

$$4a - b = 5 \quad \times 2 \Rightarrow \underline{8a - 2b = 10} -$$

$$14b = -14$$

$$b = -1$$

$$4a - b = 5 \rightarrow 4a - (-1) = 5$$

$$4a + 1 = 5$$

$$4a = 4$$

$$a = 1$$

Maka:

$$\begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a & -b+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$-5 = y$$

$$-6 = -x + 2y \rightarrow x = 2y + 6 \rightarrow x = 2 \cdot -5 + 6 = -10 + 6 = -4$$

Maka titik C adalah (-4,-5)

**Jawabannya adalah C**

28. Uang Adinda Rp. 40.000,00 lebih banyak dari uang Binary ditambah dua kali uang Cindy. Jumlah uang Adinda, Binary dan Cindy Rp. 200.000,00, selisih uang Binary dan Cindy Rp. 10.000,00. Jumlah uang Adinda dan Binary adalah ....

A. Rp. 122.000,00

C. Rp. 156.000,00

E. Rp. 172.000,00

B. Rp. 126.000,00

D. Rp. 162.000,00

Jawab:

Misal:

Uang Adinda = A

Uang Binari = B

Uang Cindy = C

$$A = 40.000 + B + 2C \quad \dots(1)$$

$$A + B + C = 200.000 \quad \dots(2)$$

$$B - C = 10.000 \quad \dots(3)$$

Ditanya : A + B = ...

Subst pers 1 dan 2 :

$$A + B + C = 200.000 \rightarrow 40.000 + B + 2C + B + C = 200.000$$

$$2B + 3C = 160.000 \quad \dots(4)$$

Subst pers 3 dan 4

eliminasi B

$$\begin{array}{rcl}
 B - C = 10.000 & \times 2 \Rightarrow & 2B - 2C = 20.000 \\
 2B + 3C = 160.000 & \times 1 \Rightarrow & \underline{2B + 3C = 160.000} \quad - \\
 & & -5C = -140.000 \\
 & & C = 28.000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 B - C = 10.000 \\
 B - 28.000 = 10.000 \\
 B = 38.000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 A + B + C = 200.000 \\
 A = 200.000 - B - C \\
 = 200.000 - 38.000 - 28.000 \\
 = 134000
 \end{array}$$

Maka  $A + B = 134000 + 38.000 = 172000$

**Jawabannya adalah E**

29. Menjelang hari raya Idul Adha Pak Mahmud hendak menjual sapi dan kerbau. Harga seekor sapi dan kerbau di Jawa Tengah berturut-turut Rp. 9.000.000,00 dan Rp. 8.000.000,00. Modal yang ia miliki adalah Rp. 124.000.000,00. Pak Mahmud menjual sapi dan kerbau di Jakarta dengan harga berturut-turut Rp. 10.300.000,00 dan Rp. 9.200.000,00. Kandang yang ia miliki hanya dapat menampung tidak lebih dari 15 ekor. Agar mencapai keuntungan yang maksimum, maka banyak sapi dan kerbau yang harus dibeli adalah ....

- |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| A. 11 sapi dan 4 kerbau | D. 0 sapi dan 15 kerbau |
| B. 4 sapi dan 11 kerbau | E. 7 sapi dan 8 kerbau  |
| C. 13 sapi dan 2 kerbau |                         |

Jawab:

Buat model matematikanya :

Misal sapi =  $x$  dan kerbau =  $y$

$$9000.000 x + 8000.000 y \leq 124000.000 \rightarrow 9x + 8y \leq 124 \dots(1)$$

$$x + y \leq 15 \dots(2)$$

$$x \geq 0; y \geq 0$$

$$\text{Keuntungan harga jual sapi} = 10.300.000 - 9000.000 = 1300.000$$

$$\text{Keuntungan harga jual kerbau} = 9.200.000 - 8000.0000 = 1200.000$$

$$\text{Keuntungan maksimum: } 1300.000 x + 1200.000 y = \dots?$$

Mencari keuntungan maksimum dengan mencari titik-titik pojok dengan menggunakan sketsa grafik:

Grafik 1 :

$$9x + 8y \leq 124$$

$$\text{titik potong dengan sumbu X jika } y=0 \text{ maka } x = \frac{124}{9} = 13,77$$

Titik potongnya (13,77 , 0)

$$\text{Titik potong dengan sumbu Y jika } x = 0 \text{ maka } y = \frac{124}{8} = 15,5$$

Titik potongnya (0 , 15,5)

Grafik 2 :

$$x + y \leq 15$$

$$\text{titik potong dengan sumbu X jika } y=0 \text{ maka } x = 15$$

Titik potongnya (15 , 0)

$$\text{Titik potong dengan sumbu Y jika } x = 0 \text{ maka } y = 15$$

Titik potongnya (0 , 15)

Titik potong (1) dan (2):

substitusi pers 1 dan 2 :

eliminasi x

$$9x + 8y = 124 \quad \times 1 \Rightarrow 9x + 8y = 124$$

$$x + y = 15 \quad \times 9 \Rightarrow \underline{9x + 9y = 135} \quad -$$

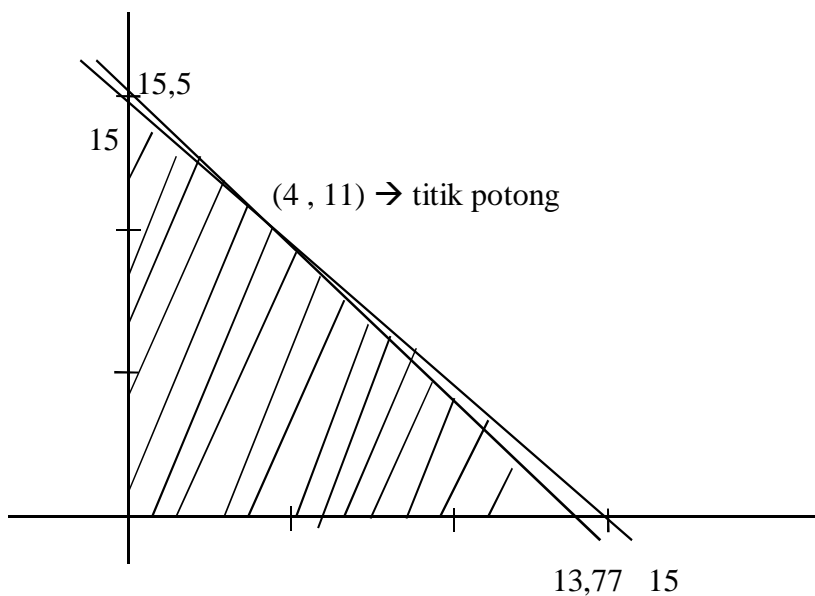
$$-y = -11$$

$$y = 11$$

$$x + y = 15 \quad \rightarrow x = 15 - 11 = 4$$

titik potongnya (4, 11)

sketsa grafik:



Titik pojok	$1300.000x + 1200.000y$
(0, 0)	0
(0, 15)	18.000.000
(13,77, 0)	17.901.000
(4, 11)	$5.200.000 + 13.200.000 = 18.400.000$



Keuntungan maksimum adalah Rp. 18.400.000 pada titik (4 , 11)

sehingga keuntungan maksimum didapat dengan menjual 4 ekor sapi dan 11 ekor kerbau

**Jawabannya adalah B**

30. Diketahui matriks  $A = \begin{pmatrix} 3 & y \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} x & 5 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$  dan  $C = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ y & 9 \end{pmatrix}$ . Jika  $A + B - C = \begin{pmatrix} 8 & 5x \\ -x & -4 \end{pmatrix}$

, maka nilai  $x + 2xy + y$  adalah ....

A. 8

C. 18

E. 22

B. 12

D. 20

Jawab:

$$A + B - C = \begin{pmatrix} 8 & 5x \\ -x & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & y \\ 5 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 5 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ y & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 5x \\ -x & -4 \end{pmatrix}$$

$$3 + x - (-3) = 8$$

$$3 + x + 3 = 8 \rightarrow x = 8 - 6 = 2$$

$$y + 5 - (-1) = 5x \rightarrow y + 6 = 5x$$

$$y = 5x - 6$$

$$= 10 - 6 = 4$$

didapat  $x = 2$  dan  $y = 4$

$$\text{maka } x + 2xy + y = 2 + 2 \cdot 2 \cdot 4 + 4 = 22$$

**Jawabannya adalah E**

31. Hasil dari  $\int (6x^2 - 4x)\sqrt{x^3 - x^2 - 1} dx = \dots$

A.  $\frac{2}{3} \sqrt[3]{(x^3 - x^2 - 1)^2} + C$

C.  $\frac{4}{3} \sqrt{(x^3 - x^2 - 1)^3} + C$

E.  $\frac{2}{3} \sqrt{(x^3 - x^2 - 1)^2} + C$

B.  $\frac{2}{3} \sqrt{(x^3 - x^2 - 1)^3} + C$

D.  $\frac{4}{3} \sqrt[3]{(x^3 - x^2 - 1)^2} + C$

Jawab:

$$\text{Misal : } u = x^3 - x^2 - 1 ; du = (3x^2 - 2x) \cdot dx$$

$$\int (6x^2 - 4x) \sqrt{x^3 - x^2 - 1} dx$$

$$= \int 2(3x^2 - 2x) \sqrt{x^3 - x^2 - 1} dx$$

$$= \int 2\sqrt{u} du = 2 \int u^{\frac{1}{2}} du$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} u^{1 + \frac{1}{2}} + C = 2 \cdot \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{4}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{4}{3} \sqrt{(x^3 - x^2 - 1)^3} + C$$

**Jawabannya adalah C**

32. Hasil  $\int \sin 3x \cos x dx = \dots$

A.  $-\frac{1}{8} \cos 4x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$

D.  $\frac{1}{4} \cos 4x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$

B.  $\frac{1}{8} \cos 4x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$

E.  $-4 \cos 4x - 2 \sin 2x + C$

C.  $-\frac{1}{4} \cos 4x - \frac{1}{2} \cos 2x + C$

Jawab:

$$2 \sin A \cos B = \sin (A+B) + \sin (A-B)$$

$$\sin 3x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin (3x + x) + \sin (3x - x)$$

$$= \frac{1}{2} (\sin 4x + \sin 2x)$$

$$\int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cos (ax+b) + c$$

$$\int \cos(ax + b) dx = \frac{1}{a} \sin (ax+b) + c$$

$$\begin{aligned}\int \sin 3x \cdot \cos x \, dx &= \frac{1}{2} \int (\sin 4x + \sin 2x) dx \\ &= \frac{1}{2} \left\{ -\frac{1}{4} \cos 4x - \frac{1}{2} \cos 2x \right\} + C \\ &= -\frac{1}{8} \cos 4x - \frac{1}{4} \cos 2x + C\end{aligned}$$

**Jawabannya adalah A**

33. Diketahui  $\int_1^p (x-1)^2 dx = 2 \frac{2}{3}$ , nilai p yang memenuhi adalah....

- A. 1                                      C. 3                                      E. 9  
 B.  $1 \frac{1}{3}$                                       D. 6

Jawab:

Misal  $u = x - 1$

$$du = dx$$

$$\int_1^p u^2 du = \frac{1}{3} u^3 \Big|_1^p = \frac{1}{3} (x-1)^3 \Big|_1^p$$

$$= \frac{1}{3} (p-1)^3 = 2 \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

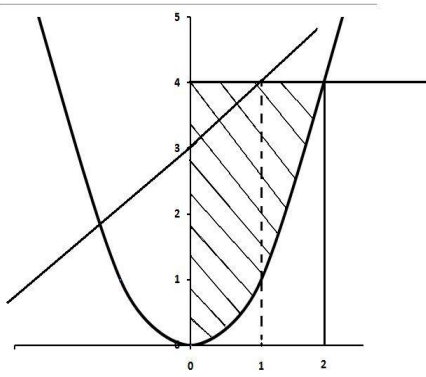
$$(p-1)^3 = \frac{8 \cdot 3}{3} = 8$$

$$p-1 = 2$$

$$p = 3$$

**Jawabannya adalah C**

34. Luas daerah yang diarsir pada gambar dapat dinyatakan dengan ....



A.  $\int_0^2 (3x - x^2) dx$

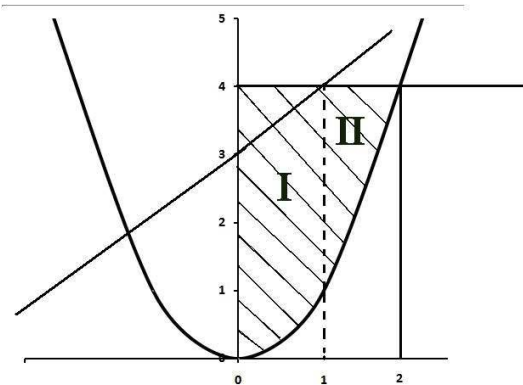
D.  $\int_0^1 (x + 3 - x^2) dx + \int_1^2 x^2 dx$

B.  $\int_0^2 (x + 3) dx + \int_0^2 x^2 dx$

E.  $\int_0^1 (x + 3 - x^2) dx + \int_1^2 (4 - x^2) dx$

C.  $\int_0^1 (x + 3) dx + \int_0^2 x^2 dx$

Jawab:



$L = L1 + L2$

$(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$  :

Persamaan garis melalui titik  $(0,3)$  dan  $(1,4)$ :

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 3}{4 - 3} = \frac{x - 0}{1 - 0}$$

$$y - 3 = x$$

$$y = x + 3$$

persamaan kurva melalui titik (0,0) dan (2,4):

Jika diketahui titik puncak =  $(x_p, y_p)$

gunakan rumus:  $y = a(x - x_p)^2 + y_p$

titik puncak: (0,0)

$$y = a(x - x_p)^2 + y_p = a(x - 0)^2 + 0$$

$$= ax^2$$

Melalui titik (2,4)  $\rightarrow x = 2$  dan  $y = 4$

$$y = ax^2 \rightarrow 4 = a2^2$$

$$4 = 4a$$

$$a = 1$$

sehingga persamaan kurvanya adalah  $y = x^2$

$$L1 = \int_0^1 (x + 3 - x^2) dx \quad ; \text{ batas-batas pers garis } y=x+3 \text{ dan kurva } y=x^2$$

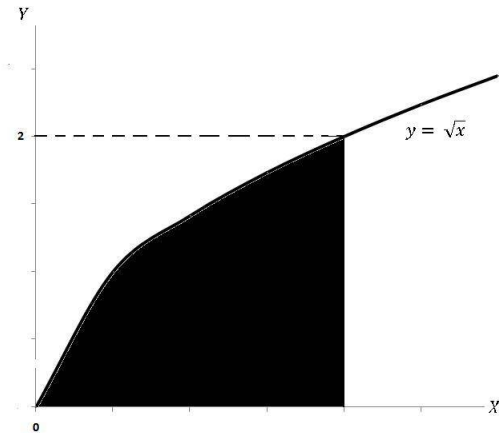
$$L2 = \int_1^2 (4 - x^2) dx \quad ; \text{ batas-batas garis } y=4 \text{ dan kurva } y=x^2$$

$$L = L1 + L2 = \int_0^1 (x + 3 - x^2) dx + \int_1^2 (4 - x^2) dx$$

**Jawabannya adalah E**

35. Perhatikan gambar !

Jika daerah yang diarsir diputar mengelilingi sumbu Y, maka volume benda putar yang terjadi adalah ... satuan volume.



A.  $6\frac{2}{5}\pi$

C.  $13\frac{2}{3}\pi$

E.  $25\frac{3}{5}\pi$

B.  $8\pi$

D.  $15\frac{1}{3}\pi$

Jawab:

$$y = \sqrt{x} \rightarrow (\sqrt{x})^2 = y^2$$

$$x = y^2$$

diputar terhadap sb y maka daerah batasnya adalah 2 dan 0

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^2 (4^2 - (y^2)^2) dy = \pi \int_0^2 (16 - y^4) dy \\ &= \pi \left\{ 16y - \frac{1}{5}y^5 \right\}_0^2 \\ &= \pi \left( 16 \cdot 2 - \frac{1}{5}2^5 \right) \\ &= \pi \left( 32 - \frac{32}{5} \right) = \frac{160 - 32}{5} \pi \\ &= \frac{128}{5} \pi = 25\frac{3}{5} \pi \end{aligned}$$

**Jawabannya adalah E**

36. Diketahui suatu barisan aritmetika dengan  $U_3 + U_9 + U_{11} = 75$ . Suku tengah barisan tersebut adalah 68 dan banyak sukunya 43, maka  $U_{43} = \dots$
- A. 218  
B. 208  
C. 134  
D. 132  
E. 131

Jawab:

$$U_3 + U_9 + U_{11} = 75$$

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_3 = a + 2b ; U_9 = a + 8b ; U_{11} = a + 10b$$

$$\begin{aligned} U_3 + U_9 + U_{11} &= a + 2b + a + 8b + a + 10b \\ &= 3a + 20b = 75 \dots(1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_t = \frac{1}{2}(a + U_n) &= \frac{1}{2}(a + U_{43})b = \frac{1}{2}(a + a + 42b) \\ &= a + 21b = 68 \dots(2) \end{aligned}$$

Substitusi 1 dan 2

eliminasi a

$$3a + 20b = 75 \quad \times 1 \Rightarrow 3a + 20b = 75$$

$$\begin{array}{r} a + 21b = 68 \quad \times 3 \Rightarrow 3a + 63b = 204 - \\ \underline{- 43b = - 129} \\ b = 3 \end{array}$$

$$3a + 20b = 75$$

$$3a + 20 \cdot 3 = 75$$

$$3a = 75 - 60 = 15$$

$$a = 5$$

$$U_{43} = a + 42b = 5 + 42 \cdot 3 = 131$$

**Jawabannya adalah E**

37. Jumlah tiga bilangan barisan aritmetika adalah 45. Jika suku kedua dikurangi 1 dan suku ketiga ditambah 5, maka barisan tersebut menjadi barisan geometri. Rasio barisan geometri tersebut adalah ....

- A.  $\frac{1}{2}$     C.  $1\frac{1}{2}$     E. 3  
B.  $\frac{3}{4}$     D. 2

Jawab:

Cara 1 :

$$U_1 + U_2 + U_3 = 45$$

$$a + a + b + a + 2b = 45$$

$$3a + 3b = 45$$

$$a + b = 15$$

$$b = 15 - a$$

a, a + b - 1, a + 2b + 5 → barisan geometri

$$\frac{a+b-1}{a} = r \rightarrow \frac{a+15-a-1}{a} = \frac{14}{a} = r$$

$$\frac{a+2b+5}{a+b-1} = r = \frac{14}{a} \rightarrow a+2b+5 = 14 \frac{a+b-1}{a}$$

$$a + 2(15-a) + 5 = 14 \frac{14}{a}$$

$$a + 30 - 2a + 5 = \frac{196}{a}$$

$$-a + 35 = \frac{196}{a}$$

$$-a^2 + 35a - 196 = 0$$

$$(-a + 28)(a - 7) = 0$$

$$-a + 28 = 0 \qquad a - 7 = 0$$

$$-a = -28 \qquad a = 7$$

$$a = 28$$

$$\text{jika } a = 28 \rightarrow r = \frac{14}{a} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2}$$



$$\text{Jika } a = 7 \rightarrow r = \frac{14}{a} = \frac{14}{7} = 2$$

**Jawabannya ada 2 yaitu A dan D**

38. Diketahui segitiga ABC siku-siku sama kaki seperti pada gambar. Jumlah semua panjang sisi miring  $AC + AB + BB_1 + B_1B_2 + B_2B_3 + \dots$  adalah ....

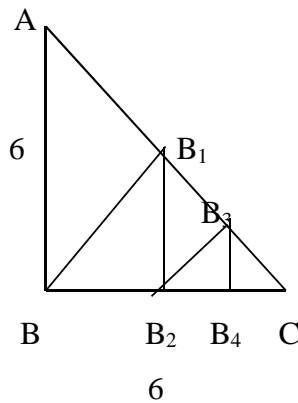
A.  $18(\sqrt{2} + 1)$

B.  $12(\sqrt{2} + 1)$

C.  $8\sqrt{2} + 1$

D.  $12\sqrt{2} + 1$

E.  $6\sqrt{2} + 6$



Jawab:

$AC + AB + BB_1 + B_1B_2 + B_2B_3 + \dots$  adalah...

$\Delta ABC$  adalah siku-siku sama kaki :

$$\angle B = 90^\circ \text{ maka } \angle A = \angle C = 45^\circ$$

1. panjang AC:

$$AC = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{2 \cdot 6^2} = 6\sqrt{2}$$

2. panjang B B<sub>1</sub>:

$$AB_1 = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

perhatikan  $\Delta ABB_1 \rightarrow \angle B_1 = 90^\circ$  maka

$$\cos 45^\circ = \frac{\text{sisi datar}}{\text{sisi miring}} = \frac{BB_1}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$BB_1 = 6 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

3. Panjang B<sub>1</sub>B<sub>2</sub>:

$$\text{Panjang } B B_2 = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

perhatikan  $\Delta BB_1B_2 \rightarrow \angle B_2 = 90^\circ$  maka

$$\sin 45^\circ = \frac{\text{sisi tegak}}{\text{sisi miring}} = \frac{B_1 B_2}{BB_1} \rightarrow B_1 B_2 = B B_1 \cdot \sin 45^\circ$$

$$\begin{aligned} B_1 B_2 &= B B_1 \cdot \sin 45^\circ \\ &= 3\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} = 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 3 \end{aligned}$$

4. panjang  $B_2 B_3$

Panjang

Perhatikan  $\Delta B_1 B_2 B_3 \rightarrow$  siku-siku di  $B_3$

$$\begin{aligned} \cos 45^\circ &= \frac{\text{sisi datar}}{\text{sisi miring}} = \frac{B_2 B_3}{B_1 B_2} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \rightarrow B_2 B_3 = B_1 B_2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ &= \frac{3}{2}\sqrt{2} \end{aligned}$$

$AC + AB + BB_1 + B_1 B_2 + B_2 B_3 + \dots \rightarrow 6\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 3 + \frac{3}{2}\sqrt{2} + \dots \rightarrow$  barisan geometri

tak hingga

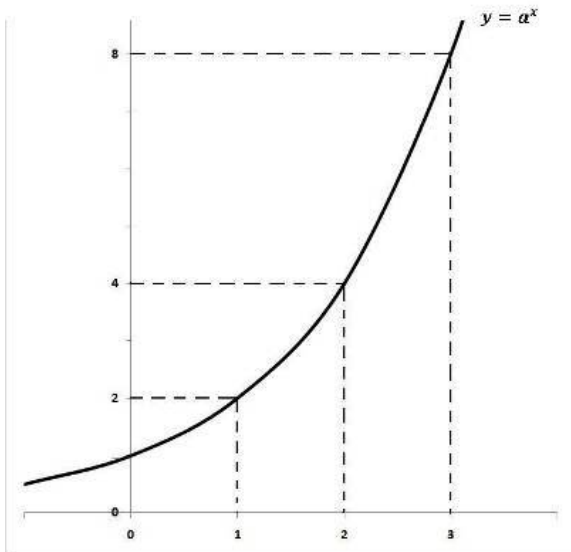
$$r = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} S_\infty &= \frac{a}{1-r} = \frac{6\sqrt{2}}{1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{\frac{2-\sqrt{2}}{2}} = \frac{2 \cdot 6\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{12 \cdot \sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \\ &= \frac{12\sqrt{2}(2+\sqrt{2})}{4-2} = 6\sqrt{2}(2+\sqrt{2}) = 12\sqrt{2} + 12 = 12(\sqrt{2} + 1) \end{aligned}$$

**Jawabannya adalah B**

39. Perhatikan grafik fungsi eksponen :

Persamaan grafik fungsi invers pada gambar adalah ....



A.  $2 \log x$

B.  $-2 \log x$

C.  ${}^2\log x$

D.  ${}^{1/2}\log x$

E.  $1/2 \log x$

Jawab:

Persamaan di atas adalah  $y = a^x$

cari nilai a :

Jika  $x = 1$  maka  $y = 2 \rightarrow 2 = a^1 \rightarrow a = 2$

Maka persamaan di atas adalah  $y = 2^x$

Mencari invers:

$$y = f(x) \rightarrow x = f^{-1}(y)$$

$$y = 2^x \rightarrow x = {}^2\log y$$

$$f^{-1}(y) = {}^2\log y \rightarrow f^{-1}(x) = {}^2\log x$$

**Jawabannya adalah C**

40. Akar- akar persamaan  $5^{x+1} + 5^{2-x} = 30$  adalah a dan b, maka  $a + b = \dots$

A. 6

C. 4

E. 0

B. 5

D. 1

Jawab:

$$5^{x+1} + 5^{2-x} = 30$$

$$5 \cdot 5^x + 25 \cdot 5^{-x} = 30$$

$$5 \cdot 5^x + \frac{25}{5^x} - 30 = 0 \rightarrow \text{dikali } 5^x$$

$$5 \cdot (5^x)^2 + 25 - 30 \cdot 5^x = 0 \rightarrow \text{dibagi } 5$$

$$(5^x)^2 - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$$

$$(5^x - 5)(5^x - 1) = 0$$

$$5^x - 5 = 0 \quad \text{atau} \quad 5^x - 1 = 0$$

$$5^x = 5 \quad \quad \quad 5^x = 1$$

$$x = 1$$

$$x = 0$$

akar-akarnya adalah  $a = 1$  dan  $b = 0$

maka  $a + b = 1 + 0 = 1$

**Jawabannya adalah D**