

SOAL DAN PEMBAHASAN

UJIAN NASIONAL

SMA/MA IPA

TAHUN PELAJARAN 2009/2010

1. Diberikan premis sebagai berikut :

Premis 1 : Jika harga BBM naik, maka harga bahan pokok naik.

Premis 2 : Jika harga bahan pokok naik maka semua orang tidak senang.

Ingkaran dari kesimpulan di atas adalah:

- A. Harga BBM tidak naik.
- B. Jika harga bahan pokok naik, maka ada orang tidak senang.
- C. Harga bahan pokok naik atau ada orang tidak senang.
- D. Jika semua orang tidak senang, maka harga BBM naik.
- E. Harga BBM naik dan ada orang senang.

Jawab:

p = harga BBM naik

q = harga bahan pokok naik

r = semua orang tidak senang

premis 1 : $p \Rightarrow q$

premis 2 : $q \Rightarrow r$ modus silogisme

$\therefore p \Rightarrow r$

ingkaran $(p \Rightarrow r) = \sim(p \Rightarrow r) = p \wedge \sim r$

$p \wedge \sim r$ = Jika Harga BBM naik dan ada orang senang

Jawabannya adalah E

$(\Rightarrow \rightarrow$ maka, $\wedge \rightarrow$ dan, $\vee \rightarrow$ atau);

Ingkaran:

$\sim(\text{semua } p) \Leftrightarrow \text{ada/beberapa } \sim p$

$\sim(\text{ada/beberapa } p) \Leftrightarrow \text{semua } \sim p$

2. Bentuk sederhana dari $\frac{2^{\frac{5}{12}} \cdot 12^{\frac{5}{6}}}{8^{\frac{3}{4}} \cdot 6^{\frac{1}{3}}}$ adalah

A. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$

C. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$

E. $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$

$$B. \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$D. \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Jawab:

$$\begin{aligned} \frac{2^{\frac{5}{12}} \cdot 12^{\frac{5}{6}}}{8^{\frac{3}{4}} \cdot 6^{\frac{1}{3}}} &= \frac{2^{\frac{5}{12}} \cdot (4 \cdot 3)^{\frac{5}{6}}}{(2^3)^{\frac{3}{4}} \cdot (2 \cdot 3)^{\frac{1}{3}}} = \frac{2^{\frac{5}{12}} \cdot (2^2 \cdot 3)^{\frac{5}{6}}}{(2^3)^{\frac{3}{4}} \cdot (2 \cdot 3)^{\frac{1}{3}}} = \frac{2^{\frac{5}{12}} \cdot 2^{\frac{10}{6}} \cdot 3^{\frac{5}{6}}}{2^{\frac{9}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}} \\ &= 2^{\frac{5}{12} + \frac{10}{6} - \frac{9}{4} - \frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}} = 2^{\frac{5+20-27-4}{12}} \cdot 3^{\frac{5-2}{6}} = 2^{-\frac{6}{12}} \cdot 3^{\frac{3}{6}} = 2^{-\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah E

3. Bentuk sederhana dari $\frac{4(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}{3+2\sqrt{2}}$ adalah

A. $12 + \sqrt{2}$

C. $-12 + \sqrt{2}$

E. $-12 - 8\sqrt{2}$

C. $-12 + 8\sqrt{2}$

D. $-12 - \sqrt{2}$

Jawab:

$$\begin{aligned} \frac{4(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}{3+2\sqrt{2}} &= \frac{4(1-2)}{3+2\sqrt{2}} = \frac{-4}{3+2\sqrt{2}} \cdot \frac{3-2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}} = \frac{-12+8\sqrt{2}}{9-4 \cdot 2} = \frac{-12+8\sqrt{2}}{1} \\ &= -12 + 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah B

4. Hasil dari $\frac{{}^3\log 5 \cdot {}^{\sqrt{5}}\log 9 + {}^8\log 2}{{}^2\log 12 - {}^2\log 3} = \dots$

A. $\frac{4}{6}$

C. $\frac{5}{3}$

E. $\frac{26}{6}$

B. $\frac{7}{6}$

D. $\frac{13}{6}$

Jawab:

$$\frac{{}^3\log 5 \cdot {}^{\sqrt{5}}\log 9 + {}^8\log 2}{{}^2\log 12 - {}^2\log 3} = \frac{{}^3\log 5 \cdot 5^{\frac{1}{2}}\log 9 + {}^{2^3}\log 2}{{}^2\log \frac{12}{3}} = \frac{{}^3\log 5 \cdot 5\log 9^{\frac{1}{2}} + {}^2\log 2^{\frac{1}{3}}}{{}^2\log \frac{12}{3}}$$

$$p+q = -\frac{b}{a} = -\frac{2a-3}{1} = -2a+3$$

$$6+3 = -2a+3$$

$$9 = -2a+3$$

$$2a = 3-9$$

$$2a = -6$$

$$a = \frac{-6}{2} = -3$$

$$\text{maka: } -3-1 = -4$$

Jawabannya adalah B

7. Jika p dan q adalah akar - akar persamaan kuadrat $x^2 - 5x - 1 = 0$, maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $2p + 1$ dan $2q + 1$ adalah

A. $x^2 + 10x + 11 = 0$

C. $x^2 - 10x + 11 = 0$

E. $x^2 - 12x - 7 = 0$

B. $x^2 - 10x + 7 = 0$

D. $x^2 - 12x + 7 = 0$

Jawab:

$$x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$p + q = -\frac{b}{a} = -\frac{-5}{1} = 5$$

$$p \cdot q = \frac{c}{a} = -1$$

Persamaan Kuadrat yang akar-akarnya x_1 dan x_2 adalah: $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$

$$x_1 = 2p+1 ; x_2 = 2q+1 \rightarrow \text{masukkan nilai-nilai tsb}$$

$$x^2 - (2p+1 + 2q+1)x + (2p+1)(2q+1) = 0$$

$$x^2 - (2p+2q+2)x + (4pq+2p+2q+1) = 0$$

$$x^2 - 2(p+q+1)x + 4pq+2(p+q)+1 = 0$$

$$x^2 - 2(5+1)x + (4 \cdot -1) + 2(5)+1 = 0$$

$$x^2 - 12x - 4 + 10 + 1 = 0$$

$$x^2 - 12x + 7 = 0$$

Jawabannya adalah D

8. Salah satu garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$ yang sejajar garis $2x - y + 7 = 0$ adalah

A. $2x - y - 10 = 0$

C. $2x + y + 10 = 0$

E. $x - 2y + 10 = 0$

B. $2x - y + 10 = 0$

D. $x - 2y - 10 = 0$

Jawab:

$$\text{Persamaan Umum Lingkaran : } (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

$$A = -2a ; B = -2b ; C = a^2 + b^2 - r^2 \rightarrow r = \sqrt{a^2 + b^2 - C}$$

Dari : $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$ didapat

$$A = -2a = -6$$

$$a = 3$$

$$B = -2b = -2$$

$$b = 1$$

$$C = a^2 + b^2 - r^2$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 - C}$$

$$= \sqrt{9 + 1 - 5}$$

$$= \sqrt{5}$$

Misal garis yang sejajar lingkaran adalah h: $2x - y + 7 = 0$

$$y = 2x + 7$$

Persamaan garis singgung pada lingkaran $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$ dan sejajar garis $2x - y + 7 = 0$ adalah...

$$y - b = m(x - a) \pm r \sqrt{1 + m^2}$$

persamaan lingkaran : $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$

$$A = -6; B = -2; C = 5$$

$$\text{Pusat } \left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right) \text{ dan } r = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C}$$

$$\text{Pusat } \left(-\frac{1}{2} \cdot -6, -\frac{1}{2} \cdot -2\right) = (3, 1) \rightarrow a = 3; b = 1$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C} = \sqrt{\frac{1}{4}(-6)^2 + \frac{1}{4}(-2)^2 - 5}$$
$$= \sqrt{9 + 1 - 5} = \sqrt{5}$$

Persamaan garis $2x - y + 7 = 0$

$$2x - y + 7 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 7$$

misal garis tersebut adalah a, maka didapat

$$\text{Gradient garis a} = m_a = 2,$$

Misal gradient garis singgung pada lingkaran = m_b

Karena sejajar maka $m_a = m_b$

catatan : $m_a \cdot m_b = -1 \rightarrow$ jika tegak lurus

sudah didapat di atas lingkaran dengan pusat $a = 3$ dan $b = 1$

$$y - b = m(x - a) \pm r \sqrt{1 + m^2}$$

$$y - (1) = 2(x - 3) \pm \sqrt{5} \sqrt{1 + 2^2}$$

$$y - 1 = 2x - 6 \pm \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}$$

$$y = 2x - 6 + 1 \pm 5$$

$$y = 2x - 5 \pm 5$$

maka persamaan garis singgung pada lingkarannya adalah :

$$2x - 4 \rightarrow x = \frac{4}{2} = 2$$

$$x = \frac{4}{2} = 2$$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -p & q & \\ \hline & 2 & 8 & 16 - 2p & \\ \hline 1 & 4 & 8 - p & q + 16 - 2p & \text{(sisa)} \rightarrow q + 16 - 2p = 16 \Rightarrow q - 2p = 0 \dots(1) \end{array}$$

$$x + 2 \rightarrow x = -2$$

$$\begin{array}{cccc|c} x = -2 & 1 & 2 & -p & q \\ \hline & -2 & 0 & 2p & \\ \hline 1 & 0 & -p & q + 2p & \text{(sisa)} \rightarrow q + 2p = 20 \dots(2) \end{array}$$

Substitusi 1 dan 2:

Eliminasi q

$$q - 2p = 0$$

$$q + 2p = 20 \quad -$$

$$\hline -4p = -20$$

$$p = 5$$

$$q - 2p = 0$$

$$q = 2p$$

$$= 2 \cdot 5 = 10$$

$$\text{Sehingga } 2p + q = 2 \cdot 5 + 10 = 20$$

Jawabannya adalah D

12. Harga 2 koper dan 5 tas adalah Rp. 600.000,00 sedangkan harga 3 koper dan 2 tas adalah Rp 570.000,00.

Harga sebuah koper dan 2 tas adalah

A. Rp. 240.000,00

C. Rp. 330.000,00

E. Rp. 400.000,0

B. Rp. 270.000,00

D. Rp. 390.000,00

Jawab:

Misal koper = K ; Tas = T

$$2K + 5T = 600.000 \dots(1)$$

$$3K + 2T = 570.000 \dots(2)$$

Substitusi (1) dan (2)

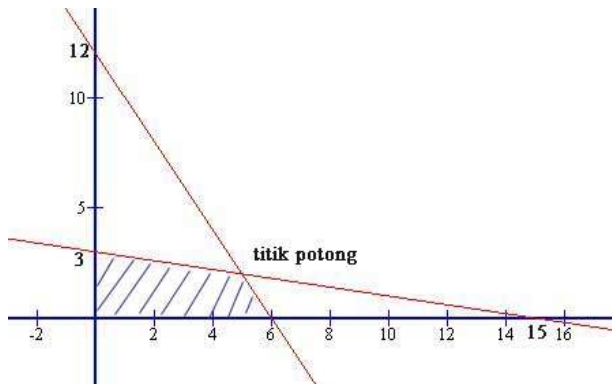
eliminasi K

$$2K + 5T = 600.000 \quad \times 3 \Rightarrow 6K + 15T = 1800.000$$

$$3K + 2T = 570.000 \quad \times 2 \Rightarrow 6K + 4T = 1140.000 \quad -$$

$$\hline 11T = 660.000$$

$$T = 60.000$$



titik potong 2 garis tersebut adalah:

substitusikan 2 persamaan tsb:

eliminasi x

$$2x + y = 12 \quad x1 \Rightarrow 2x + y = 12$$

$$x + 5y = 15 \quad x2 \Rightarrow 2x + 10y = 30 \quad -$$

$$-9y = -18$$

$$y = 2$$

$$2x + y = 12$$

$$2x + 2 = 12$$

$$2x = 12 - 2$$

$$x = \frac{10}{2} = 5$$

titik potongnya adalah (5,2)

dibuat tabel dengan titik-titik pojok:

titik pojok	$40.000x + 10.000y$
(0, 0)	0
(0, 3)	30.000
(5, 2)	$200.000 + 20.000 = 220.000$
(6, 0)	240.000

Terlihat bahwa nilai maksimumnya adalah 240.000 di titik (6, 0)

Jawabannya adalah C

14. Diketahui persamaan matriks

$$\begin{pmatrix} x-5 & 4 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & y-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -16 & 5 \end{pmatrix}$$

Perbandingan nilai x dan y adalah

A. 3 : 1

C. 2 : 1

E. 1 : 1

B. 1 : 3

D. 1 : 2

Jawab:

$$\begin{pmatrix} x-5 & 4 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & y-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -16 & 5 \end{pmatrix}$$

piih dua posisi yang bisa menyelesaikan masalah (perkalian matrik):

$$4(x-5) + 4 \cdot 2 = 0$$

$$4x - 20 + 8 = 0$$

$$4x - 12 = 0$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

$$-5 \cdot -1 + 2(y-1) = 5$$

$$5 + 2y - 2 = 5$$

$$2y + 3 = 5$$

$$2y = 2$$

$$y = 1$$

perbandingan nilai x dan y = 3 : 1

Jawabannya adalah A

15. Diketahui koordinat A(0,0,0), B(-1,1,0), C(1, -2,2). Jika sudut antara \vec{AB} dan \vec{AC} adalah α maka $\cos \alpha$

=

A. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

C. 0

E. $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$

B. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

Jawab:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|}$$

$$\vec{AB} = B - A = (-1, 1, 0)$$

$$\vec{AC} = C - A = (1, -2, 2)$$

$$\cos \alpha = \frac{(-1 \cdot 1) + (1 \cdot -2) + 0}{\sqrt{(-1)^2 + (1)^2 + 0} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{-3}{\sqrt{2} \cdot 3} = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{2} \sqrt{2}$$

Jawabannya adalah E

16. Diketahui titik A(3,2, -1), B(2,1,0), dan C(-1,2,3). Jika \vec{AB} wakil vektor \vec{u} dan \vec{AC} wakil \vec{v} maka proyeksi vector \vec{u} pada \vec{v} adalah

A. $\frac{1}{4}(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$

C. $4(\vec{j} + \vec{k})$

E. $8(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$

B. $-\vec{i} + \vec{k}$

D. $4(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$

Jawab:

Proyeksi vektor ortogonal \vec{u} pada \vec{v} adalah :

$$|\vec{c}| = \left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \right) \cdot \vec{v}$$

$$\vec{AB} = \vec{u} = B - A = (2-3, 1-2, 0 - (-1)) = (-1, -1, 1)$$

$$\vec{AC} = \vec{v} = C - A = (-1-3, 2-2, 3 - (-1)) = (-4, 0, 4)$$

$$|\vec{c}| = \left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \right) \cdot \vec{v}$$

$$= \left(\frac{(-1 \cdot -4) + 0 + (1 \cdot 4)}{(\sqrt{16+16})^2} \right) (-4\vec{i} + 4\vec{k})$$

$$= \left(\frac{4+4}{32} \right) (-4\vec{i} + 4\vec{k}) = \frac{1}{4} (-4\vec{i} + 4\vec{k})$$

$$= \frac{1}{4} \cdot 4 (-\vec{i} + \vec{k}) = -\vec{i} + \vec{k}$$

Jawabannya adalah B

17. Persamaan bayangan garis $y = 2x - 3$ yang direfleksikan terhadap garis $y = -x$ dan dilanjutkan garis $y = x$ adalah

A. $2y + x + 3 = 0$

C. $y - 2x - 3 = 0$

E. $2y - x - 3 = 0$

B. $y + 2x - 3 = 0$

D. $2y + x - 3 = 0$

Jawab:

$$\text{Refleksi } y = -x : \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Refleksi } y = x : \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Refleksi terhadap garis $y = -x$ dan dilanjutkan garis $y = x$:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$x' = -x \rightarrow x = -x'$$

$$y' = -y \rightarrow y = -y'$$

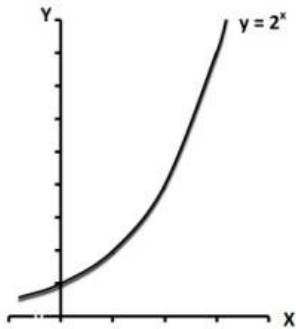
Masukkan ke persamaan garis:

$$y = 2x - 3 \rightarrow -y' = -2x' - 3 \rightarrow y = 2x + 3 \rightarrow y - 2x - 3 = 0$$

Jawabannya adalah C

18. Perhatikan grafik fungsi eksponen berikut !

Persamaan grafik fungsi invers pada gambar adalah



A. $y = 2 \log x$

C. $y = {}^2\log x$

E. $y = \frac{1}{2} \log x$

B. $y = -2 \log x$

D. $y = \frac{1}{2} \log x$

Jawab:

$$y = 2^x$$

$$x = {}^2\log y \rightarrow f^{-1}(x) = {}^2\log x$$

Jawabannya adalah C

19. Diketahui barisan aritmetika dengan U_n adalah suku ke-n. Jika $U_2 + U_{15} + U_{40} = 165$, maka $U_{19} = \dots$

A. 10

C. 28,5

E. 82,5

B. 19

D. 55

Jawab:

Suku ke n barisan aritmetika (U_n) : $U_n = a + (n-1) b$

$$U_2 = a + b ; U_{15} = a + 14b ; U_{40} = a + 39b$$

$$U_2 + U_{15} + U_{40} = a + b + a + 14b + a + 39b = 3a + 54b = 165$$

$$= a + 18b = 55$$

$$U_{19} = a + (19-1) b = a + 18b \rightarrow \text{sama dengan nilai } U_2 + U_{15} + U_{40} = a + 18b = 55$$

Jawabannya adalah D

20. Tiga buah bilangan membentuk barisan aritmetika dengan beda tiga. Jika suku kedua dikurangi 1, maka terbentuklah barisan geometri dengan jumlah 14. Rasio barisan tersebut adalah

A. 4

C. $\frac{1}{2}$

E. -2

B. 2

D. $-\frac{1}{2}$

Jawab:

Tiga buah barisan aritmetika :

$U_1, U_2, U_3 = a, a+b, a+2b$ dengan beda 3 maka barisannya menjadi $a, a+3, a+6$

Suku kedua dikurangi 1 menjadi barisan geometri:

$a, a+3-1, a+6 \rightarrow a, a+2, a+6$

$$r = \frac{a+2}{a} = \frac{a+6}{a+2} \rightarrow (a+2) \cdot (a+2) = a \cdot (a+6)$$

$$a^2 + 4a + 4 = a^2 + 6a$$

$$a^2 - a^2 + 4 = 6a - 4a$$

$$4 = 2a$$

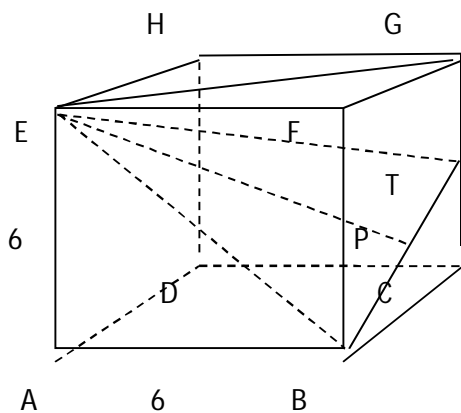
$$a = \frac{4}{2} = 2$$

Jawabannya adalah B

21. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm dan T adalah titik tengah CG. Jarak titik E ke BT adalah

- A. $\frac{3}{5} \sqrt{5}$ cm C. $\frac{18}{5} \sqrt{5}$ cm E. $5\sqrt{5}$ cm
B. $\frac{9}{5} \sqrt{5}$ cm D. $\frac{18}{5} \sqrt{10}$ cm

Jawab:



Dari gambar terlihat Jarak titik E ke BT adalah EP

$$EP^2 = EB^2 - BP^2 = ET^2 - TP^2$$

mencari ET:

Lihat $\triangle ETG \rightarrow \angle G = \text{siku-siku}$

$$ET = \sqrt{EG^2 + GT^2}$$

$$EG = \text{diagonal bidang} = 6\sqrt{2}$$

$$GT = \frac{1}{2} CG = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

$$ET = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{72 + 9} = \sqrt{81} = 9$$

Titik P terletak diantara titik BT

Misal TP = x maka BP = BT - x

$$BT = \sqrt{BC^2 + CT^2} ; CT = \frac{1}{2} \cdot CG = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

$$= \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$EP^2 = EB^2 - BP^2 = ET^2 - TP^2$$

$$(6\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{5} - x)^2 = 81 - x^2$$

$$72 - (45 - 6\sqrt{5}x + x^2) = 81 - x^2$$

$$72 - 45 + 6\sqrt{5}x - x^2 = 81 - x^2$$

$$72 - 45 - 81 + 6\sqrt{5}x = x^2 - x^2$$

$$-54 = -6\sqrt{5}x$$

$$\frac{54}{6} = \sqrt{5}x$$

$$\sqrt{5}x = 9$$

$$x = \frac{9}{\sqrt{5}} = TP$$

$$EP^2 = ET^2 - TP^2 = 9^2 - \left(\frac{9}{\sqrt{5}}\right)^2$$

$$= 81 - \frac{81}{5} = \frac{405 - 81}{5} = \frac{324}{5}$$

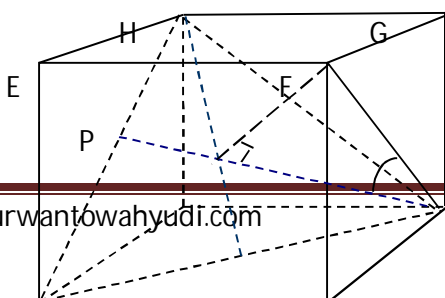
$$EP = \sqrt{\frac{324}{5}} = \frac{18}{\sqrt{5}} = \frac{18}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{18}{5} \sqrt{5} \text{ cm}$$

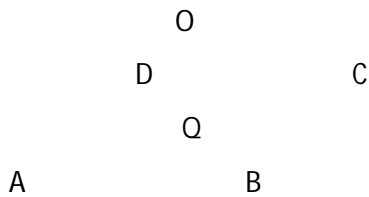
Jawabannya adalah C

22. Diketahui kubus ABCD.EFGH. Nilai cosinus sudut antara CF dan bidang ACH adalah

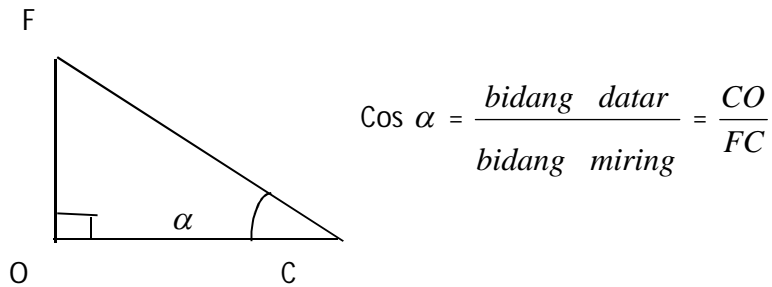
- A. $\frac{1}{6} \sqrt{3}$ C. $\frac{1}{2} \sqrt{3}$ E. $\sqrt{3}$
- B. $\frac{1}{3} \sqrt{3}$ D. $\frac{2}{3} \sqrt{3}$

Jawab:





Yang dicari adalah $\angle(FC), (CO)$



Titik P adalah titik tengah AH maka $AP = \frac{1}{2} AH$; misal panjang rusuk = a

$$\text{Maka } AP = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} CP &= \sqrt{AC^2 - AP^2} \\ &= \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - \left(\frac{1}{2}a\sqrt{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{2a^2 - \frac{1}{2}a^2} = \sqrt{\frac{3}{2}a^2} = \sqrt{\frac{3}{2}a^2 \cdot \frac{2}{2}} = \frac{1}{2}a\sqrt{6} \end{aligned}$$

PO adalah titik berat segitiga = $\frac{1}{3} CP$

$$CO = CP - PO = CP - \frac{1}{3} CP = \frac{2}{3} CP = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} a\sqrt{6} = \frac{1}{3} a\sqrt{6}$$

$$\cos \alpha = \frac{CO}{FC} = \frac{\frac{1}{3}a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \frac{\frac{1}{3}a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{12} = \frac{1}{6} \cdot 2\sqrt{3} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3}$$

Jawabannya adalah B

23. Luas segi 12 beraturan dengan panjang jari-jari lingkaran luar 8 cm adalah

- A. 192 cm² C. 162 cm² E. 144 cm²
 B. 172 cm² D. 148 cm²

Jawab:

Luas segi n beraturan dengan panjang jari-jari lingkaran r adalah:

$$L = n \cdot \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin \left(\frac{360}{n} \right)^\circ$$

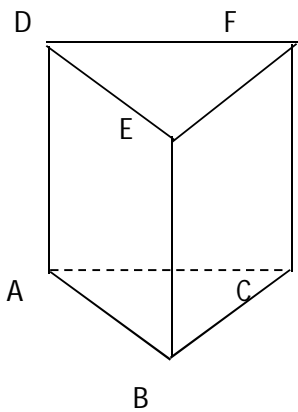
Luas segi 12 beraturan dengan panjang jari-jari lingkaran luar 8 cm adalah:

$$L = 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8^2 \cdot \sin\left(\frac{360}{12}\right)$$

$$= 384 \cdot \sin 30^\circ = 384 \cdot \frac{1}{2} = 192$$

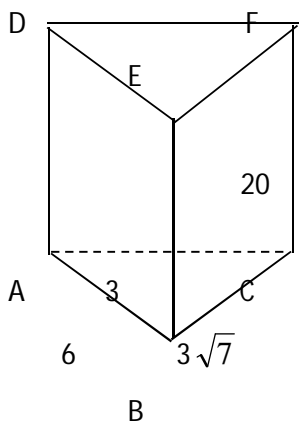
Jawabannya adalah A

24. Diberikan prisma tegak segitiga ABC.DEF dengan panjang rusuk AB = 6 cm, BC = $3\sqrt{7}$ cm, dan AC = 3 cm. Tinggi prisma adalah 20 cm. Volume prisma adalah



- A. $55\sqrt{2}$ cm³ C. $75\sqrt{3}$ cm³ E. $120\sqrt{3}$ cm³
 B. $60\sqrt{2}$ cm³ D. $90\sqrt{3}$ cm³

Jawab:

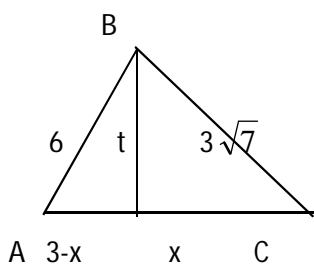


Volume = L_{alas} x tinggi

Mencari L_{alas} :

$$L_{\text{alas}} = \frac{1}{2} \times \text{jarak bidang datar} \times t$$

Lihat $\triangle ABC$:



$$t^2 = 6^2 - (3-x)^2 = (3\sqrt{7})^2 - x^2$$

$$36 - (9 - 6x + x^2) = 63 - x^2$$

$$36 - 9 + 6x - x^2 = 63 - x^2$$

$$36 - 9 - 63 = -6x$$

$$-36 = -6x$$

$$x = 6$$

$$t^2 = (3\sqrt{7})^2 - x^2$$

$$= 63 - 36 = 27$$

$$t = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$$L_{\text{alas}} = \frac{1}{2} \times \text{jarak bidang datar} \times t = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3\sqrt{3}$$

$$= \frac{9}{2} \sqrt{3}$$

$$\text{Volume} = L_{\text{alas}} \times \text{tinggi}$$

$$= \frac{9}{2} \sqrt{3} \cdot 20 = 90 \sqrt{3} \text{ cm}^3$$

Jawabannya adalah D

25. Himpunan penyelesaian persamaan $2\cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$ untuk $0 < x < 2\pi$ adalah

A. $\left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$ C. $\left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \right\}$ E. $\left\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$

B. $\left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$ D. $\left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\}$

Jawab:

$$2\cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0 ; \text{ misal } \cos x = y$$

$$2y^2 - 3y + 1 = 0$$

$$(2y-1)(y-1) = 0$$

$$2y-1 = 0$$

$$y = \frac{1}{2} \rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = 60^\circ \left(\frac{\pi}{3} \right) \text{ dan } 300^\circ \left(\frac{5\pi}{3} \right)$$

$$y-1 = 0$$

$$y = 1 \rightarrow \cos x = 1$$

$$x = 0^\circ \text{ dan } 360^\circ (2\pi) \rightarrow \text{tidak memenuhi } 0 < x < 2\pi$$

Himpunan penyelesaiannya adalah $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$

Jawabannya adalah D

26. Hasil dari $\frac{\sin(60 - \alpha)^0 + \sin(60 + \alpha)^0}{\cos(30 + \alpha)^0 + \cos(30 - \alpha)^0} = \dots$

- A. $-\sqrt{3}$ C. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ E. $\sqrt{3}$
B. $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$ D. 1

Jawab:

$$2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$$

$$2 \cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sin(60 - \alpha)^0 + \sin(60 + \alpha)^0}{\cos(30 + \alpha)^0 + \cos(30 - \alpha)^0} &= \frac{\sin(60 + \alpha)^0 + \sin(60 - \alpha)^0}{\cos(30 + \alpha)^0 + \cos(30 - \alpha)^0} \\ &= \frac{2 \sin 60^0 \cos \alpha^0}{2 \cos 30^0 \cos \alpha^0} = \frac{\sin 60^0}{\cos 30^0} \\ &= \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = 1 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah D

27. Diketahui $(A+B) = \frac{\pi}{3}$ dan $\sin A \sin B = \frac{1}{4}$. Nilai dari $\cos(A - B) = \dots$

- A. -1 C. $\frac{1}{2}$ E. 1
B. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

Jawab:

$$-2 \sin A \sin B = \cos(A+B) - \cos(A-B) \rightarrow \sin A \sin B = -\frac{1}{2} \{ \cos(A+B) - \cos(A-B) \}$$

$$-\frac{1}{2} \{ \cos(A+B) - \cos(A-B) \} = \frac{1}{4}$$

$$-\frac{1}{2} \{ \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos(A-B) \} = \frac{1}{4}$$

$$-\frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} - \cos(A-B) \right\} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} - \cos(A-B) = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \cos(A-B)$$

$$\cos(A-B) = 1$$

Jawabannya adalah E

28. Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x}{\sqrt{1-2x} - \sqrt{1+2x}} \right) = \dots$

- A. -2 C. 1 E. 4
 B. 0 D. 2

Jawab:

Rasionalisasikan penyebut

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x}{\sqrt{1-2x} - \sqrt{1+2x}} \right) \frac{\sqrt{1-2x} + \sqrt{1+2x}}{\sqrt{1-2x} + \sqrt{1+2x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} 4x \left(\frac{\sqrt{1-2x} + \sqrt{1+2x}}{1-2x - (1+2x)} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} 4x \left(\frac{\sqrt{1-2x} + \sqrt{1+2x}}{-4x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} -(\sqrt{1-2x} + \sqrt{1+2x}) = -(\sqrt{1} + \sqrt{1}) = -2 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah A

29. Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 4x - \sin 2x}{6} \right) = \dots$

- A. 1 C. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{1}{6}$
 B. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

Jawab:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} = \frac{a}{b} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 4x - \sin 2x}{6} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 4x}{6} - \frac{\sin 2x}{6} \right) = \frac{4}{6} - \frac{2}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah D

30. Koordinat titik potong garis singgung yang melalui titik $(-1, \frac{9}{2})$ pada kurva $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{x}$ dengan sumbu Y adalah

- A. (0,-4) C. $(0, \frac{9}{2})$ E. (0,8)

B. $(0, -\frac{1}{2})$

D. $(0, \frac{15}{2})$

Jawab:

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{x}$$

$$m = y' = x - \frac{4}{x^2}$$

melalui titik $(-1, \frac{9}{2})$,

$$\text{untuk } x = -1 \rightarrow m = -1 - 4 = -5$$

Persamaan garis singgung melalui titik $(-1, \frac{9}{2}) \rightarrow a = -1 ; b = \frac{9}{2}$

$$y - b = m(x - a)$$

$$y - \frac{9}{2} = -5(x + 1)$$

$$y = -5x - 5 + \frac{9}{2}$$

$$= -5x - \frac{1}{2}$$

Memotong sumbu y maka $x = 0$

$$y = -5 \cdot 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

maka titik potongnya adalah $(0, -\frac{1}{2})$

Jawabannya adalah B

31. Suatu perusahaan menghasilkan x produk dengan biaya total sebesar $(9.000 + 1.000x + 10x^2)$ rupiah. Jika semua hasil produk perusahaan tersebut habis dijual dengan harga Rp. 5.000,00 untuk satu produknya, maka laba maksimum yang dapat diperoleh perusahaan tersebut adalah

A. Rp. 149.000,00

C. Rp. 391.000,00

E. Rp. 757.000,00

B. Rp. 249.000,00

D. Rp. 609.000,00

Jawab:

Laba = harga penjualan – biaya produksi

$$= 5000 \cdot x - (9.000 + 1.000x + 10x^2)$$

$$= -10x^2 + 4000x - 9000$$

Memperoleh laba maksimum jika turunan laba = 0 ($L'(x) = 0$)

$$L'(x) = -20x + 4000 = 0$$

$$20x = 4000$$

$$x = 200$$

Maka laba maksimumnya adalah :

$$\begin{aligned} \text{Laba} &= -10 \cdot 200^2 + 4000 \cdot 200 - 9000 \\ &= -400000 + 800000 - 9000 \\ &= \text{Rp. } 391.000,- \end{aligned}$$

Jawabannya adalah C

32. Nilai dari $\int_{-1}^3 2x(3x+4)dx = \dots$

- A. 88 C. 56 E. 46
 B. 84 D. 48

Jawab:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^3 2x(3x+4)dx &= \int_{-1}^3 (6x^2 + 8x)dx = 2x^3 + 4x^2 \Big|_{-1}^3 \\ &= 2(27 - (-1)) + 4(9 - 1) \\ &= 56 + 32 = 88 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah A

33. Hasil dari $\int \sin\left(\frac{1}{2}x - \pi\right) \cos\left(\frac{1}{2}x - \pi\right) dx = \dots$

- A. $-2 \cos(x - 2\pi) + C$ C. $\frac{1}{2} \cos(x - 2\pi) + C$ E. $2 \cos(x - 2\pi) + C$
 B. $-\frac{1}{2} \cos(x - 2\pi) + C$ D. $\cos(x - 2\pi) + C$

Jawab:

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A \rightarrow \sin A \cos A = \frac{1}{2} \sin 2A$$

$$\begin{aligned} \int \sin\left(\frac{1}{2}x - \pi\right) \cos\left(\frac{1}{2}x - \pi\right) dx &= \frac{1}{2} \int \sin 2\left(\frac{1}{2}x - \pi\right) dx = \frac{1}{2} \int \sin(x - 2\pi) dx = \\ &= -\frac{1}{2} \cos(x - 2\pi) + C \end{aligned}$$

Jawabannya adalah B

34. $\int_0^{\frac{1}{2}\pi} (2 \sin x \cos x) dx = \dots$

- A. -1 C. $\frac{1}{2}$ E. 1
 B. $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ D. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

Jawab:

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} (2 \sin x \cos x) dx &= \int_0^{\frac{1}{2}\pi} (\sin 2x) dx = -\frac{1}{2} \cos 2x \Big|_0^{\frac{1}{2}\pi} \\ &= -\frac{1}{2} \left\{ \cos 2 \cdot \frac{1}{2} \pi - \cos 0 \right\} \\ &= -\frac{1}{2} \left\{ \cos \pi - \cos 0 \right\} = -\frac{1}{2} \{-1 - 1\} = -\frac{1}{2} \{-2\} = 1 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah E

35. Luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = 4 - x^2$, $y = 3x$, sumbu Y, dan $x = 2$ adalah

- A. 6 Satuan luas
 B. $5 \frac{1}{3}$ Satuan luas
 C. 5 Satuan luas
 D. $3 \frac{1}{3}$ Satuan luas
 E. $2 \frac{2}{3}$ satuan luas

Jawab:

Buat grafiknya dengan memasukkan nilai x dan y :

$$\text{Kurva } y = 4 - x^2$$

$$\text{Jika } x = 0 \rightarrow y = 4$$

$$x = 1 \rightarrow y = 4 - 1 = 3$$

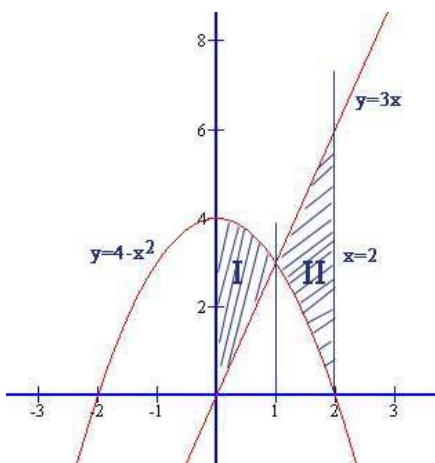
dst

$$\text{kurva } y = 3x$$

$$\text{jika } x = 0 \rightarrow y = 0$$

$$x = 1 \rightarrow y = 3$$

dst



Titik potong kurva $y = 4 - x^2$ dengan garis $y = 3x$

$$4 - x^2 = 3x$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x + 4)(x - 1) = 0$$

$$x = -4 \text{ atau } x = 1$$

pada gambar terlihat titik potong yang masuk dalam perhitungan adalah di $x = 1$

$$L = L I + L II$$

$$L I = \int_0^1 \{(4 - x^2) - 3x\} dx = 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \Big|_0^1 = 4 \cdot 1 - \frac{1}{3} \cdot 1 - \frac{3}{2} \cdot 1 = 4 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} = \frac{24 - 2 - 9}{6} = \frac{13}{6}$$

$$L II = \int_1^2 \{3x - (4 - x^2)\} dx = \frac{3}{2}x^2 - 4x + \frac{1}{3}x^3 \Big|_1^2 = \frac{3}{2}(4 - 1) - 4(2 - 1) + \frac{1}{3}(8 - 1) \\ = \frac{3}{2}(3) - 4(1) + \frac{1}{3}(7) = \frac{27 - 24 + 14}{6} = \frac{17}{6}$$

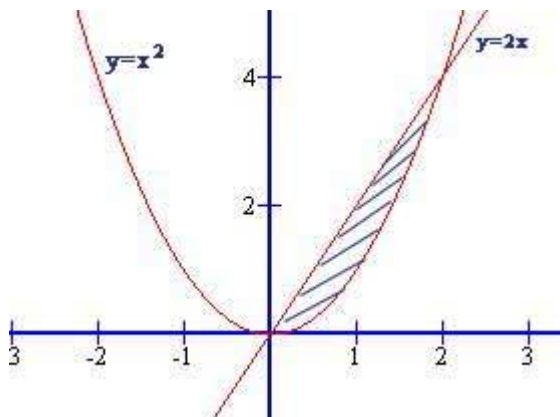
$$L = L I + L II = \frac{13}{6} + \frac{17}{6} = \frac{30}{6} = 5 \text{ satuan luas}$$

Jawabannya adalah C

36. Volume benda putar yang terjadi jika daerah yang dibatasi oleh kurva $y=x^2$, garis $y=2x$ di kuadran I diputar 360° terhadap sumbu X adalah

- A. $\frac{20}{15} \pi$ Satuan volume D. $\frac{64}{15} \pi$ Satuan volume
 B. $\frac{30}{15} \pi$ Satuan volume E. $\frac{144}{15} \pi$ Satuan volume
 C. $\frac{54}{15} \pi$ Satuan volume

Jawab:



Titik potongnya:

$$x^2 = 2x$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x-2) = 0$$

$$x = 0 \text{ atau } x = 2$$

$$\text{Volume} = \pi \int_0^2 (y_2^2 - y_1^2) dx$$

$$= \pi \int_0^2 (2x)^2 - (x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - x^4) dx = \pi \left(\frac{4}{3}x^3 - \frac{1}{5}x^5 \right) \Big|_0^2$$

$$= \pi \left(\frac{4}{3} 2^3 - \frac{1}{5} 2^5 \right) = \pi \left(\frac{4}{3} 8 - \frac{1}{5} 32 \right) = \pi \left(\frac{32}{3} - \frac{32}{5} \right) = \pi \frac{160 - 96}{15} = \frac{64}{15} \pi$$

Jawabannya adalah D

37. Data yang diberikan dalam tabel frekuensi sebagai berikut :

Nilai	Frekuensi
20 – 29	3
30 – 39	7
40 – 49	8
50 – 59	12
60 – 69	9
70 – 79	6
80 – 89	5

Modus dari data pada tabel adalah

- A. $49,5 - \frac{40}{7}$ C. $49,5 + \frac{36}{7}$ E. $49,5 + \frac{48}{7}$
 B. $49,5 - \frac{36}{7}$ D. $49,5 + \frac{40}{7}$

Jawab:

Modus dari suatu data berkelompok adalah:

$$M_0 = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c$$

Modus berada pada frekuensi yang terbanyak yaitu kelas ke 4 dengan frekuensi 12

L = tepi bawah kelas modus = $50 - 0,5 = 49,5$

c = panjang kelas (tepi atas – tepi bawah kelas modus) = $59,5 - 49,5 = 10$

Δ_1 = selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sebelumnya = $12 - 8 = 4$

Δ_2 = selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sesudahnya = $12 - 9 = 3$

$$M_0 = 49,5 + \left(\frac{4}{4 + 3} \right) 10 = 49,5 + \frac{40}{7}$$

Jawabannya adalah D

38. Dari 7 siswa di kelas, akan dipilih pengurus kelas yang terdiri dari seorang ketua kelas, seorang sekretaris, dan seorang bendahara. Banyak susunan pengurus kelas yang dapat dibentuk dengan tidak boleh ada jabatan yang rangkap adalah

- A. 42 cara C. 60 cara E. 210 cara
 B. 45 cara D. 70 cara

Jawab:

Soal adalah permutasi karena $AB \neq BA$

$$n = 7 ; r = 3$$

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!} = 7 \times 6 \times 5 = 210 \text{ cara}$$

Jawabannya adalah E

39. Seorang siswa diminta mengerjakan 8 dari 10 soal ulangan, tetapi nomor 1 sampai dengan 5 harus dikerjakan. Banyak pilihan yang dapat diselesaikan siswa tersebut adalah

- A. 4 cara C. 6 cara E. 20 cara
B. 5 cara D. 10 cara

Jawab:

10 soal ulangan dengan 5 soal harus dikerjakan maka tersisa 5 soal :

$$n = 5 ; r = 3$$

$$C_3^5 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 2!} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cara}$$

Jawabannya adalah D

40. Pada percobaan lempar undi 2 buah dadu, peluang mata dadu yang muncul berjumlah 7 atau 10 adalah

- A. $\frac{5}{36}$ C. $\frac{8}{36}$ E. $\frac{10}{36}$
B. $\frac{7}{36}$ D. $\frac{9}{36}$

Jawab:

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} ; P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

$$P(A \cup B) = \frac{6}{36} + \frac{3}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

Jawabannya adalah D