

*Soal-Soal dan Pembahasan Ujian Nasional Matematika
Tahun Pelajaran 2010/2011
Program Studi IPA*

1. Akar-akar persamaan $3x^2 - 12x + 2 = 0$ adalah α dan β . Persamaan Kuadrat baru yang akar-akarnya $(\alpha + 2)$ dan $(\beta + 2)$ adalah

- A. $3x^2 - 24x + 38 = 0$ C. $3x^2 - 24x - 38 = 0$ E. $3x^2 - 24x - 24 = 0$
 B. $3x^2 + 24x + 38 = 0$ D. $3x^2 - 24x + 24 = 0$

Jawab:
 Persamaan Kuadrat:

$$3x^2 - 12x + 2 = 0$$

$$a = 3, b = -12 \text{ dan } c = 2$$

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-12}{3} = 4 ; \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \rightarrow$$

Rumus Persamaan Kuadrat yang akar-akarnya x_1 dan x_2 (α dan β) adalah:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

untuk yang akar-akarnya $(\alpha + 2)$ dan $(\beta + 2)$ adalah:

$$x^2 - ((\alpha + 2) + (\beta + 2))x + (\alpha + 2) \cdot (\beta + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (\alpha + \beta + 4)x + (\alpha \cdot \beta + 2(\alpha + \beta) + 4) = 0 \text{ , masukkan nilai-nilai di atas}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (4 + 4)x + \left(\frac{2}{3} + 2 \cdot 4 + 4\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + \frac{38}{3} = 0 \rightarrow \text{dikalikan 3}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 24x + 38 = 0$$

Jawabannya adalah A

2. Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$ di titik (7,1) adalah...
- A. $3x - 4y - 41 = 0$ C. $4x - 5y - 53 = 0$ E. $4x - 3y - 40 = 0$
 B. $4x + 3y - 55 = 0$ D. $4x + 3y - 31 = 0$

Jawab:

Lingkaran

Persamaan garis singgung melalui titik (x , y) pada lingkaran $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ adalah:

$$x \cdot x_1 + y \cdot y_1 + \frac{1}{2} A (x + x_1) + \frac{1}{2} B (y + y_1) + C = 0$$

Diketahui: $x_1 = 7$; $y_1 = 1$; $A = -6$; $B = 4$ dan $C = -12$

$$x \cdot 7 + y + \frac{1}{2} (-6) (x + 7) + \frac{1}{2} \cdot 4 (y + 1) - 12 = 0$$

$$7x + y - 3x - 21 + 2y + 2 - 12 = 0$$

$$4x + 3y - 31 = 0$$

Jawabannya adalah D

3. Diketahui $f(x) = 2x + 5$ dan $g(x) = \frac{x-1}{x+4}$, $x \neq -4$, maka $(f \circ g)(x) = \dots$

A. $\frac{7x+2}{x+4}$, $x \neq -4$

C. $\frac{2x+2}{x+4}$, $x \neq -4$

E. $\frac{7x+22}{x+4}$, $x \neq -4$

B. $\frac{2x+3}{x+4}$, $x \neq -4$

D. $\frac{7x+18}{x+4}$, $x \neq -4$

Jawab:

Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$= f\left(\frac{x-1}{x+4}\right) = 2\left(\frac{x-1}{x+4}\right) + 5$$

$$= \frac{2x-2}{x+4} + 5\left(\frac{x+4}{x+4}\right)$$

$$= \frac{2x-2+5x+20}{x+4}$$

$$= \frac{7x+18}{x+4}, x \neq -4$$

Jawabannya adalah D

4. Bentuk sederhana dari $\frac{\sqrt{5}+2\sqrt{3}}{\sqrt{5}-3\sqrt{3}} = \dots$

A. $\frac{20+5\sqrt{15}}{22}$

C. $\frac{20-5\sqrt{15}}{-22}$

E. $\frac{23+5\sqrt{15}}{-22}$

B. $\frac{23-5\sqrt{15}}{22}$

D. $\frac{20+5\sqrt{15}}{-22}$

Jawab:

Bentuk Akar

$$\frac{\sqrt{5+2\sqrt{3}}}{\sqrt{5-3\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{5+2\sqrt{3}}}{\sqrt{5-3\sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{5+3\sqrt{3}}}{\sqrt{5+3\sqrt{3}}} = \frac{5+3\sqrt{15}+2\sqrt{15}+6.3}{5-9.3} = \frac{23+5\sqrt{15}}{-22}$$

Jawabannya adalah E

5. Bentuk sederhana dari $\frac{7x^3y^{-4}z^{-6}}{84x^{-7}y^{-1}z^{-4}} = \dots$

A. $\frac{x^{10}z^{10}}{12y^3}$

C. $\frac{x^{10}y^5}{12z^2}$

E. $\frac{x^{10}}{12y^3z^2}$

B. $\frac{z^2}{12x^4y^3}$

D. $\frac{y^3z^2}{12x^4}$

Jawab:

Bentuk Akar

$$\frac{7x^3y^{-4}z^{-6}}{84x^{-7}y^{-1}z^{-4}} = \frac{1x^3x^7y^{-4}y^1z^{-6}z^4}{12} = \frac{x^{10}y^{-3}z^{-2}}{12} = \frac{x^{10}}{12y^3z^2}$$

Jawabannya adalah E

6. Akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 + mx + 16 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$ dan α, β positif, maka nilai m adalah...

A. -12

B. -6

C. 6

D. 8

E. 12

Jawab:

Persamaan kuadrat

diketahui $a = 2$; $b = m$ dan $c = 16$

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{m}{2} ; \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{16}{2} = 8$$

$$\alpha = 2\beta \rightarrow \alpha \cdot \beta = 8$$

$$2\beta^2 = 8$$

$$\beta^2 = 4$$

$$\beta = \pm 2 \text{ karena } \alpha, \beta \text{ positif maka nilai } \beta = 2$$

$$\alpha + \beta = -\frac{1}{2}m$$

$$3\beta = -\frac{1}{2}m$$

$$3 \cdot 2 = -\frac{1}{2}m \rightarrow 6 = -\frac{1}{2}m \rightarrow m = -12$$

Jawabannya adalah A

7. Nilai x yang memenuhi persamaan $\frac{1}{2}\log(x^2-3) - \frac{1}{2}\log x = -1$ adalah....
- A. $x = -1$ atau $x = 3$ C. $x = 1$ atau $x = 3$ E. $x = 3$ saja
B. $x = 1$ atau $x = -3$ D. $x = 1$ saja

Jawab:

Logaritma

$$\frac{1}{2}\log(x^2-3) - \frac{1}{2}\log x = -1$$

$$\frac{1}{2}\log(x^2-3) - \frac{1}{2}\log x = \frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

$$\frac{1}{2}\log\left(\frac{x^2-3}{x}\right) = \frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)$$

$$\frac{x^2-3}{x} = 2$$

$$x^2-3=2x$$

$$x^2-2x-3=0$$

$$(x+1)(x-3)=0$$

$$x = -1 \text{ atau } x = 3$$

Jawabannya adalah A

8. Grafik $y = px^2 + (p+2)x - p + 4$ memotong sumbu x di dua titik. Batas-batas nilai p yang memenuhi adalah....

A. $p < -2$ atau $p > -\frac{2}{5}$

C. $p < 2$ atau $p > 10$

E. $2 < p < 10$

B. $p < \frac{2}{5}$ atau $p > 2$

D. $\frac{2}{5} < p < 2$

Jawab:

Persamaan dan Fungsi Kuadrat

Syarat grafik memotong sumbu x di dua titik adalah $D > 0$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$y = px^2 + (p+2)x - p + 4 ; \text{dimana } a = p ; b = p + 2 ; c = -p + 4$$

$$D > 0$$

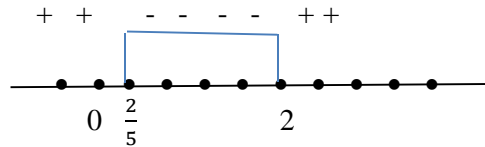
$$(p + 2)^2 - 4 \cdot p \cdot (-p + 4) > 0$$

$$p^2 + 4p + 4 + 4p^2 - 16p > 0$$

$$5p^2 - 12p + 4 > 0$$

$$(5p - 2)(p - 2) > 0$$

$$p = \frac{2}{5} \text{ atau } p = 2$$



terlihat pada gambar yang > 0 bertanda ++ yaitu

$$p < \frac{2}{5} \text{ atau } p > 2$$

Jawabannya adalah B

9. Diketahui suku banyak $P(x) = 2x^4 + ax^3 - 3x^2 + 5x + b$. Jika $P(x)$ dibagi $(x-1)$ sisa 11, dibagi $(x+1)$ sisa -1, maka nilai $(2a+b) = \dots$

A. 13

B. 10

C. 8

D. 7

E. 6

Jawab:

Suku Banyak

Pergunakan Metoda Substitusi

dibagi dengan $(x-1) \rightarrow x = 1$

$$P(1) = 2 \cdot 1^4 + a \cdot 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 + b = 11$$

$$2 + a - 3 + 5 + b = 11$$

$$a + b + 4 = 11$$

$$a + b = 7 \dots (1)$$

dibagi dengan $(x+1) \rightarrow x = -1$

$$P(-1) = 2 \cdot (-1)^4 + a \cdot (-1)^3 - 3 \cdot (-1)^2 + 5 \cdot (-1) + b = -1$$

$$2 - a - 3 - 5 + b = -1$$

$$-a + b - 6 = -1$$

$$-a + b = 5 \dots (2)$$

Substitusi dengan eliminasi (1) dan (2)

$$a + b = 7$$

$$\underline{-a + b = 5 \quad +}$$

$$2b = 12 \rightarrow b = 6$$

$$a + b = 7 \rightarrow a = 7 - b = 7 - 6 = 1$$

$$2a + b = 2 \cdot 1 + 6 = 8$$

Jawabannya adalah C

10. Diketahui $(x-2)$ dan $(x-1)$ adalah faktor-faktor suku banyak $P(x) = x^3 + ax^2 - 13x + b$. Jika akar-akar persamaan suku banyak tersebut adalah X_1, X_2, X_3 , untuk $X_1 > X_2 > X_3$ maka nilai $X_1 - X_2 - X_3 = \dots$

- A. 8 B. 6 C. 3 D. 2 E. -4

Jawab:

Suku Banyak

cari nilai a dan b terlebih dahulu.

dibagi dengan $(x-2)$ sisanya 0 $\rightarrow x = 2$

$$\begin{aligned} P(2) &= 2^3 + a2^2 - 13 \cdot 2 + b = 0 \\ &= 8 + 4a - 26 + b = 0 \\ 4a + b &= 26 - 8 \\ 4a + b &= 18 \dots(1) \end{aligned}$$

dibagi dengan $(x-1)$ sisanya 0 $\rightarrow x = 1$

$$\begin{aligned} P(1) &= 1^3 + a1^2 - 13 \cdot 1 + b = 0 \\ &= 1 + a - 13 + b = 0 \\ a + b - 12 &= 0 \\ a + b &= 12 \dots(2) \end{aligned}$$

Substitusi dengan eliminasi (1) dan (2)

$$\begin{aligned} 4a + b &= 18 \\ a + b &= 12 \end{aligned}$$

$$3a = 6 \rightarrow a = 2$$

$$a + b = 12 \rightarrow b = 12 - a = 12 - 2 = 10$$

$$\text{sehingga } P(x) = x^3 + 2x^2 - 13x + 10$$

bagi dengan pembagian kuadrat biasa:

$$(x-2)(x-1) = x^2 - 3x + 2$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x + 2 \quad \overline{) \quad x^3 + 2x^2 - 13x + 10} \\ \underline{x^3 - 3x^2 + 2x -} \\ 5x^2 - 15x + 10 \\ \underline{5x^2 - 15x + 10 -} \\ 0 \end{array}$$

didapat faktor lain $x + 5 \rightarrow x = -5$

faktor sebelumnya $x - 2 \rightarrow x = 2$ dan $x - 1 \rightarrow x = 1$

$x_1 > x_2 > x_3$ maka $2 > 1 > -5 \rightarrow x_1 = 2, x_2 = 1$ dan $x_3 = -5$

sehingga $x_1 - x_2 - x_3 = 2 - 1 - (-5) = 6$

Jawabannya adalah B

11. Diketahui premis-premis

(1) Jika hari hujan, maka ibu memakai payung

(2) Ibu tidak memakai payung

Penarikan kesimpulan yang sah dari premis-premis tersebut adalah....

A. Hari tidak hujan

D. Hari hujan dan Ibu memakai payung

B. Hari hujan

E. Hari tidak hujan dan Ibu memakai payung

C. Ibu memakai payung

Jawab:

Logika Matematika

misal:

p = hari hujan

q = Ibu memakai payung

$\sim q$ = Ibu tidak memakai payung

penarikan kesimpulan:

$p \Rightarrow q$

$\sim q$

$\therefore \sim p$

modus Tollens

$p = \text{hari hujan} \rightarrow \text{maka } \sim p = \text{hari tidak hujan}$

Jawabannya adalah A

12. Diketahui persamaan matriks :

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 9 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ x & x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Nilai } x - y = \dots$$

A. $\frac{5}{2}$

B. $\frac{15}{2}$

C. $\frac{19}{2}$

D. $\frac{22}{2}$

E. $\frac{23}{2}$

Jawab:

Matriks.

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 9 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ x & x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5.2 + -2x & 5.(-1) + -2(x+y) \\ 9.2 + -4x & 9.(-1) + -4(x+y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 10 - 2x & -5 - 2x - 2y \\ 18 - 4x & -9 - 4x - 4y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{l} 10 - 2x = 1 \\ 2x = 9 \\ x = \frac{9}{2} \end{array} \qquad \begin{array}{l} -5 - 2x - 2y = 0 \\ -5 - 2\left(\frac{9}{2}\right) = 2y \\ -14 = 2y \\ y = -7 \end{array}$$

$$\text{maka } x - y = \frac{9}{2} - (-7) = \frac{9}{2} + \frac{14}{2} = \frac{23}{2}$$

Jawabannya adalah E

13. Diketahui Matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -17 & 0 \end{pmatrix}$. Jika $A^T =$ Transpose matriks A dan $AX = B + A^T$, maka determinan matriks X =

- A. -5 B. -1 C. 1 D. 5 E. 8

Jawab:
Matriks

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}; \quad A^T = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} AX &= B + A^T \\ &= \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -17 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -15 & 5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

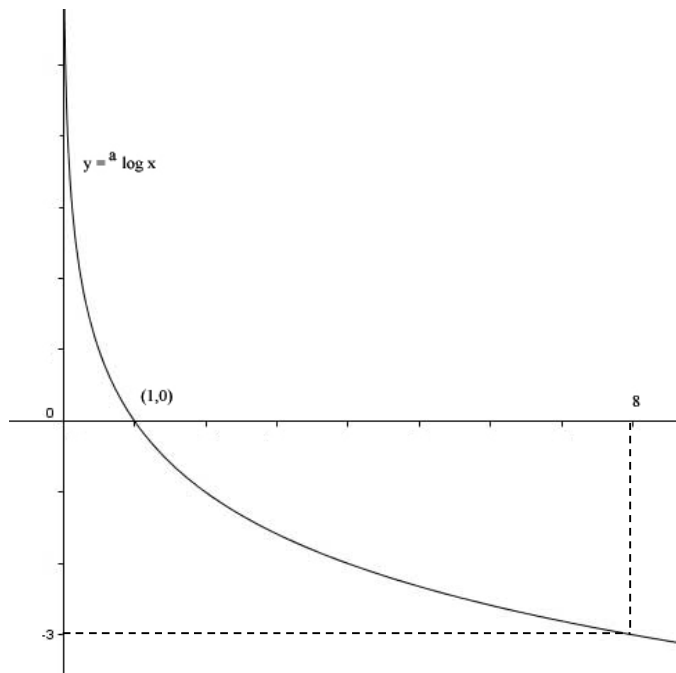
$$AX = C \rightarrow X = A^{-1} \cdot C$$

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{\det(A)} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -15 & 5 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{15} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -15 & 5 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{15} \begin{pmatrix} 30 & -15 \\ -45 & 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\det(x) = 2.1 - (-1 \cdot -3) = 2 - 3 = -1$$

Jawabannya adalah B

14. Perhatikan gambar! Persamaan grafik fungsi inversnya adalah.....



- A. $y = 3^x$ B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ C. $y = 3^{\frac{1}{x}}$ D. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ E. $y = 2^x$

Jawab:

Logaritma dan Fungsi Invers

$$y = {}^a \log x \rightarrow a^y = x$$

titik potong di (1,0) dan (8,-3)

di titik (1,0) :

$$y = {}^a \log x$$

$$a^y = x$$

$$a^0 = 1 \rightarrow a \text{ belum bisa terhitung}$$

di titik (8,-3)

$$a^y = x$$

$$a^{-3} = 8$$

$$\frac{1}{a^3} = 8$$

$$a^3 = \frac{1}{8} = 2^{-3}$$

$$a^3 = (2^{-1})^3 \rightarrow a = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

maka $y = {}^a \log X \rightarrow y = \frac{1}{2} \log X$

$(\frac{1}{2})^y = x$

invernya:

$x = (\frac{1}{2})^y$

maka $f^{-1}(x) = (\frac{1}{2})^x$

Jawabannya adalah D

15. Dalam suatu lingkaran yang berjari-jari 8 cm, dibuat segi-8 beraturan. Panjang sisi segi-8 tersebut adalah....

A. $\sqrt{128 - 64\sqrt{3}}$ cm

C. $\sqrt{128 - 16\sqrt{2}}$ cm

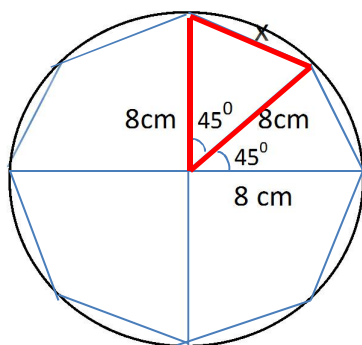
E. $\sqrt{128 + 16\sqrt{3}}$ cm

B. $\sqrt{128 - 64\sqrt{2}}$ cm

D. $\sqrt{128 + 16\sqrt{2}}$ cm

Jawab:

Trigonometri

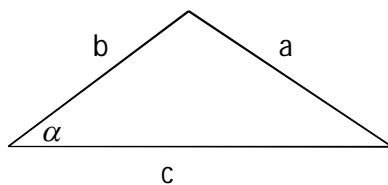


ditanya = panjang sisi segi-8 = $x = \dots?$

diketahui jari-jari = 8 cm

sudut antar sisi = $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$

pakai rumus aturan cosinus:



$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \rightarrow b = 8 \text{ cm} ; c = 8 \text{ cm} ; \alpha = 45^\circ ; x = a$

$x^2 = 8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cos 45^\circ$

$$\begin{aligned}
 X^2 &= 64 + 64 - 128 \frac{1}{2} \sqrt{2} \\
 &= 128 - 64\sqrt{2} \\
 x &= \sqrt{128 - 64\sqrt{2}} \text{ cm}
 \end{aligned}$$

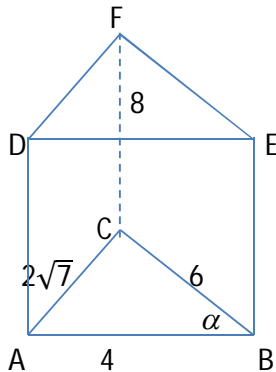
Jawabannya adalah B

16. Diketahui prisma segitiga tegak ABC.DEF. Panjang AB= 4 cm , BC = 6 cm, AC = $2\sqrt{7}$ cm, dan CF = 8 cm. Volume prisma tersebut adalah

- A. $96\sqrt{3} \text{ cm}^3$ B. $96\sqrt{2} \text{ cm}^3$ C. 96 cm^3 D. $48\sqrt{3} \text{ cm}^3$ E. $48\sqrt{2} \text{ cm}^3$

Jawab:

Trigonometri dan Dimensi Tiga



Volume Prisma = Luas alas x tinggi

$$\text{Luas alas} = \text{luas segitiga} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \alpha$$

cari α dengan aturan cosinus.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 AB \cdot BC \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 AB \cdot BC}$$

$$= \frac{4^2 + 6^2 - (2\sqrt{7})^2}{2 \cdot 4 \cdot 6} = \frac{16 + 36 - 28}{48} = \frac{24}{48} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\text{Volume Prisma} = \text{Luas alas} \times \text{tinggi} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \alpha \times \text{tinggi}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ \times 8$$

$$= 12 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot 8$$

$$= 48\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

Jawabannya adalah D

17. Himpunan penyelesaian persamaan $\cos 2x + \cos x = 0$, $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ adalah....

- A. $\{45^\circ, 120^\circ\}$ C. $\{60^\circ, 135^\circ\}$ E. $\{60^\circ, 180^\circ\}$
 B. $\{45^\circ, 135^\circ\}$ D. $\{60^\circ, 120^\circ\}$

Jawab:

Trigonometri

$$\cos 2x + \cos x = 0$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2\cos^2 x - 1$$

$$\text{sehingga } \cos 2x + \cos x = 2\cos^2 x - 1 + \cos x = 0$$

$$(2\cos x - 1)(\cos x + 1) = 0$$

$$2\cos x - 1 = 0$$

$$\cos x + 1 = 0$$

$$2\cos x = 1$$

$$\cos x = -1$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = 180^\circ \text{ (di kuadran ke-2)}$$

$$x = 60^\circ$$

Himpunan penyelesaiannya adalah 60° atau 180°

Jawabannya adalah E

18. Persamaan bayangan garis $y = 2x - 3$ karena refleksi terhadap garis $y = -x$, dilanjutkan refleksi terhadap $y = x$ adalah

- A. $y + 2x - 3 = 0$ C. $2y + x - 3 = 0$ E. $2y + x + 3 = 0$
 B. $y - 2x - 3 = 0$ D. $2y - x - 3 = 0$

Jawab:

Transformasi Geometri

$$\text{Pencerminan/refleksi terhadap garis } y = x \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Pencerminan/refleksi terhadap garis } y = -x \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Pencerminan/refleksi terhadap garis $y = -x$

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix} \rightarrow x = -y; y = -x$$

$$y = 2x - 3 \rightarrow -x = -2y - 3$$

dilanjutkan Pencerminan/refleksi terhadap garis $y = x$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} \rightarrow x = -y; y = x$$

$$-x = -2y - 3 \rightarrow -y = -2x - 3 \rightarrow y - 2x - 3 = 0$$

Jawabannya adalah B

19. Pada suatu hari Pak Ahmad, Pak Badrun dan Pak Yadi panen jeruk. Hasil kebun Pak Yadi lebih sedikit 15 kg dari hasil kebun Pak Ahmad dan lebih banyak 15 kg dari hasil kebun Pak Badrun. Jika jumlah hasil panen ketiga kebun itu 225 kg, maka hasil panen Pak Ahmad adalah...
- A. 90 kg B. 80 kg C. 75 kg D. 70 kg E. 60 kg

Jawab:

misal Ahmad = A

Badrun = B

Yadi = Y

Hasil kebun Pak Yadi lebih sedikit 15 kg dari hasil kebun Pak Ahmad $\rightarrow Y = A - 15 \dots(1)$

Hasil kebun Pak Yadi lebih banyak 15 kg dari hasil kebun Pak Badrun $\rightarrow Y = B + 15$

$$A - 15 = B + 15$$

$$A - 30 = B \dots(2)$$

$$\text{jumlah hasil panen ketiga kebun itu } 225 \text{ kg} \rightarrow A + B + Y = 225 \dots(3)$$

masukkan persamaan $Y = A - 15$ dan $B = A - 30$ ke dalam persamaan (3) menjadi

$$A + A - 30 + A - 15 = 225$$

$$3A - 45 = 225$$

$$3A = 270$$

$$A = 90 \text{ Kg}$$

Jawabannya adalah A

20. Seorang anak diharuskan minum dua jenis tablet setiap hari. Tablet jenis I mengandung 5 unit vitamin A dan 3 unit vitamin B. Tablet jenis II mengandung 10 unit vitamin A dan 1 unit vitamin B. Dalam 1 hari anak tersebut memerlukan 25 unit vitamin A dan 5 unit vitamin B. Jika harga tablet I Rp. 4.000,00 per biji dan tablet II Rp. 8.000,00 per biji, pengeluaran minimum untuk pembelian tablet per hari adalah...
- A. Rp. 12.000,00 C. Rp. 16.000,00 E. Rp. 20.000,00
B. Rp. 14.000,00 D. Rp. 18.000,00

Jawab:

Program Linear

Misal:

tablet jenis I = x ; tablet jenis II = y

Vitamin A = 5 vitamin A (tablet jenis I) + 10 Vitamin A (tablet jenis II) = 25 keperluan vitamin A perhari

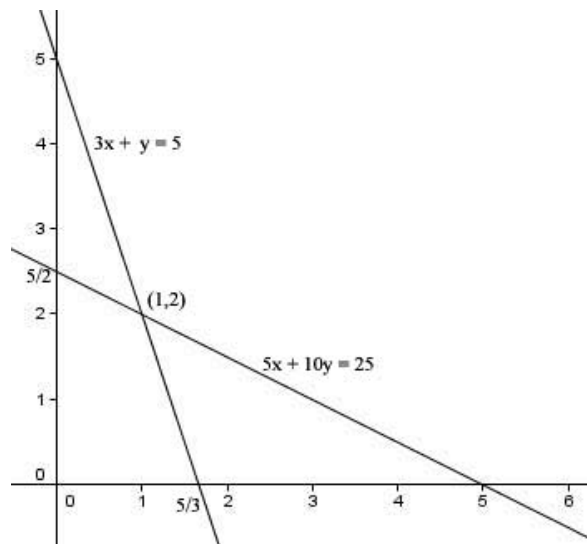
$$= 5x + 10y = 25 \dots(1)$$

Vitamin B = 3 vitamin B (tablet jenis I) + 1 Vitamin A (tablet jenis II) = 5 keperluan vitamin A perhari
 $= 3x + y = 5 \dots(2)$

Perpotongan antara (1) dan (2) didapat dengan substitusi dengan eliminasi (1) dan (2):

$$\begin{array}{r} 5x + 10y = 25 \quad \times 3 \Rightarrow 15x + 30y = 75 \\ 3x + y = 5 \quad \times 5 \Rightarrow \underline{15x + 5y = 25} \quad - \\ \hline 25y = 50 \\ y = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3x + y = 5 \\ 3x = 5 - y \\ x = \frac{5-y}{3} = \frac{3}{3} = 1 \end{array}$$



$$f(x,y) = 4000x + 8000y$$

dari gambar terlihat 3 titik uji coba yaitu $(\frac{5}{3}, 0)$, $(1,2)$ dan $(0, \frac{5}{2})$

$$x \quad y \quad f(x,y) = 4000x + 8000y$$

$$\frac{5}{3} \quad 0 \quad 6.666$$

$$1 \quad 2 \quad 20.000$$

$$0 \quad \frac{5}{2} \quad 20.000$$

yang berlaku adalah yang meliputi adanya x dan Y (tablet I dan II) yaitu titik (1,2) sehingga pengeluaran minimum untuk pembelian tablet per hari adalah Rp.20.000,-

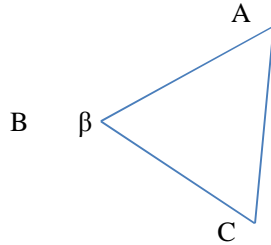
Jawabannya adalah E

21. Diketahui titik A (5, 1, 3), B (2, -1, -1) dan C (4, 2, -4). Besar sudut ABC adalah....

- A. π B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{6}$ E. 0

Jawab:

Vektor dan Trigonometri



A (5, 1, 3), B (2, -1, -1) dan C (4, 2, -4)

$$\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9 + 4 + 16} = \sqrt{29}$$

$$\vec{AC} = \vec{c} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{AC}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + (-7)^2} = \sqrt{1 + 1 + 49} = \sqrt{51}$$

$$\vec{BC} = \vec{c} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{BC}| = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-3)^2} = \sqrt{4 + 9 + 9} = \sqrt{22}$$

aturan cosinus:

$$\cos \beta = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC}$$

$$= \frac{29 + 22 - 51}{2 \cdot \sqrt{29} \cdot \sqrt{51}} = 0$$

$$\beta = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

Jawabannya adalah B

22. Diketahui vektor $\vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ dan vektor $\vec{b} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}$. Proyeksi vektor \vec{a} pada vektor \vec{b} adalah....

- A. $\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ C. $\vec{i} - 4\vec{j} + 4\vec{k}$ E. $6\vec{i} - 8\vec{j} + 6\vec{k}$
 B. $\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ D. $2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$

Jawab:

Vektor

Proyeksi vektor ortogonal \vec{a} pada \vec{b} adalah :

$$\begin{aligned}
 |\vec{c}| &= \left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \right) \cdot \vec{b} \\
 &= \frac{(4 \cdot 2 + (-2)(-6) + 2 \cdot 4)}{(\sqrt{2^2 + (-6)^2 + 4^2})^2} (2\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}) \\
 &= \frac{(8 + 12 + 8)}{(\sqrt{4 + 36 + 16})^2} (2\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}) \\
 &= \frac{28}{56} (2\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}) = \frac{1}{2} (2\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}) \\
 &= \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}
 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah B

23. Nilai $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)}{\sqrt{x}-2} = \dots$

- A. 0 B. 4 C. 8 D. 12 E. 16

Jawab:

Limit Fungsi

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)}{\sqrt{x}-2} &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\cancel{(x-4)}\sqrt{x}+2}{\cancel{x-4}} = \lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x} + 2 = \sqrt{4} + 2 = 4
 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah B

Type equation here.

24. Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{2x \sin 2x} = \dots$

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$ E. 1

Jawab :

Limit Fungsi

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = (1 - \sin^2 x) - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{2x \sin 2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 2\sin^2 x)}{2x \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin^2 x}{2x \sin 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{\sin 2x} = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah D

25. Nilai $\frac{\cos 140^\circ - \cos 100^\circ}{\sin 140^\circ - \sin 100^\circ} = \dots$

- A. $-\sqrt{3}$ B. $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ C. $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$ D. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ E. $\sqrt{3}$

Jawab:

Trigonometri Type equation here.

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{1}{2} (A + B) \sin \frac{1}{2} (A - B)$$

$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{1}{2} (A + B) \sin \frac{1}{2} (A - B)$$

$$\begin{aligned} \frac{\cos 140^\circ - \cos 100^\circ}{\sin 140^\circ - \sin 100^\circ} &= \frac{-2 \sin \frac{1}{2} (140^\circ + 100^\circ) \sin \frac{1}{2} (140^\circ - 100^\circ)}{2 \cos \frac{1}{2} (140^\circ + 100^\circ) \sin \frac{1}{2} (140^\circ - 100^\circ)} \\ &= \frac{-2 \sin \frac{1}{2} (240^\circ)}{2 \cos \frac{1}{2} (240^\circ)} = -\frac{\sin 120^\circ}{\cos 120^\circ} \\ &= -\frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}}{-\frac{1}{2}} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah E

26. Hasil $\int_2^4 (-x^2 + 6x - 8) dx = \dots$

- A. $\frac{38}{3}$ B. $\frac{26}{3}$ C. $\frac{20}{3}$ D. $\frac{16}{3}$ E. $\frac{4}{3}$

Jawab:

Integral

$$\begin{aligned}\int_2^4 (-x^2 + 6x - 8) dx &= -\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 8x \Big|_2^4 \\ &= -\frac{1}{3}(4^3 - 2^3) + 3(4^2 - 2^2) - 8(4 - 2) \\ &= -\frac{1}{3}(64 - 8) + 3(16 - 4) - 8(2) \\ &= -\frac{56}{3} + 36 - 16 = \frac{-56+108-48}{3} = \frac{4}{3}\end{aligned}$$

Jawabannya adalah E

27. Diketahui $(A+B) = \frac{\pi}{3}$ dan $\sin A \sin B = \frac{1}{4}$, Nilai dari $\cos(A - B) =$

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$ E. 1

Jawab:

Trigonometri

$$(A+B) = \frac{\pi}{3} \text{ maka } \cos(A+B) = \cos \frac{\pi}{3} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\frac{1}{2} = \cos A \cos B - \frac{1}{4} \rightarrow \cos A \cos B = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

Jawabannya adalah E

28. Hasil $\int_0^\pi (\sin 3x + \cos x) dx = \dots$

- A. $\frac{10}{3}$ B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{2}{3}$ E. $-\frac{4}{3}$

Jawab:

Integral

$$\begin{aligned}\int_0^{\pi} (\sin 3x + \cos x) dx &= -\frac{1}{3} \cos 3x + \sin x \Big|_0^{\pi} \\ &= -\frac{1}{3} (\cos 3\pi - \cos 0^0) + (\sin \pi - \sin 0^0) \\ &= -\frac{1}{3} (-1 - 1) + (0 - 0) \\ &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

Jawabannya adalah D

29. Suku ke-4 dan ke-9 suatu barisan aritmetika berturut-turut adalah 110 dan 150. Suku ke-30 barisan aritmetika tersebut adalah....

- A. 308 B. 318 C. 326 D. 344 E. 354

Jawab:

Barisan Dan Deret Matematika

Suku ke-n barisan aritmetika

$$U_n = a + (n-1) b$$

$$U_4 = a + 3 b = 110 \quad \dots(1)$$

$$U_9 = a + 8 b = 150 \quad \dots(2)$$

$$U_{30} = \dots?$$

Substitusi (1) dan (2)

$$a + 3 b = 110$$

$$a + 8 b = 150 \quad -$$

$$\hline -5b = -40$$

$$b = 8$$

$$a + 3b = 110 \rightarrow a = 110 - 3b \rightarrow a = 110 - 3 \cdot 8 = 86$$

didapat $a = 86$ dan $b = 8$

$$\text{sehingga } U_{30} = a + 29b = 86 + 29 \cdot 8 = 86 + 232 = 318$$

Jawabannya adalah B

30. Seorang penjual daging pada bulan Januari dapat menjual 120 kg, bulan Februari 130 kg, Maret dan seterusnya selama 10 bulan selalu bertambah 10 kg dari bulan sebelumnya. Jumlah daging yang terjual selama 10 bulan adalah....

A. 1.050 kg B. 1.200 kg C. 1.350 kg D. 1.650 kg E.1.750 kg

Jawab:

Barisan dan Deret

$$U_1 = 120$$

$$U_2 = 130$$

U_3 s/d U_{10} bertambah 10 kg

ditanya $S_{10} = \dots?$

$$U_1 = 120 = a$$

$$b = U_2 - U_1 = 130 - 120 = 10$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2 \cdot 120 + 9 \cdot 10)$$

$$= 5(240 + 90) = 5 \cdot 330 = 1.650 \text{ kg}$$

Jawabannya adalah D

31. Suatu perusahaan menghasilkan x produk dengan biaya sebesar $(9.000 + 1.000x + 10x^2)$ rupiah. Jika semua hasil produk perusahaan tersebut habis dijual dengan harga Rp.5.000 untuk satu produknya, maka laba maksimum yang dapat diperoleh perusahaan tersebut adalah....

A. Rp. 149.000,00 C. Rp. 391.000,00 E. Rp. 757.000,00
B. Rp. 249.000,00 D. Rp. 609.000,00

Jawab:

Diferensial

$$\text{Diketahui biaya produksi (B)} = (9.000 + 1.000x + 10x^2)$$

ditanya = laba maksimum?

$$\begin{aligned} \text{Laba (L)} &= \text{harga produk} - \text{Biaya produk} \\ &= 5000x - (9.000 + 1.000x + 10x^2) \\ &= -10x^2 + 4000x - 9000 \end{aligned}$$

agar laba maksimum maka $L' = 0$

$$L' = -20x + 4000 = 0$$

$$4000 = 20x$$

$$x = 200$$

$$\text{maka laba maksimum} = -10 \cdot 200^2 + 4000 \cdot 200 - 9000$$

$$= -400.000 + 800.000 - 9000$$

maka laba maksimum = harga produk - Biaya produk
 $= -10 200^2 + 4000 \cdot 200 - 9000$
 $= -400.000 + 800.000 - 9000$
 $= \text{Rp. } 391.000$

Jawabannya adalah C

32. Modus dari data pada tabel berikut adalah ...

Ukuran	f
1 – 5	3
6 – 10	17
11 – 15	18
16 – 20	22
21 – 25	25
26 – 30	21
31 - 35	4

A. $20,5 + \frac{3}{4} \cdot 5$

C. $20,5 + \frac{3}{7} \cdot 5$

E. $20,5 - \frac{3}{7} \cdot 5$

B. $20,5 + \frac{3}{25} \cdot 5$

D. $20,5 - \frac{3}{4} \cdot 5$

Jawab:

Jawab:
 Statistika

Letak modus data di atas adalah pada kelas ke 5 (jumlah frekuensi terbesar yaitu 25)

$$M_0 = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c$$

M_0 = modus data berkelompok

L = tepi bawah kelas modus = $21 - 0,5 = 20,5$

c = panjang kelas (tepi atas – tepi bawah kelas modus) = $25,5 - 20,5 = 5$

Δ_1 = selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sebelumnya = $25 - 22 = 3$

Δ_2 = selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sesudahnya = $25 - 21 = 4$

$$M_0 = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c = 20,5 + \left(\frac{3}{3 + 4} \right) \cdot 5 = 20,5 + \frac{3}{7} \cdot 5$$

Jawabannya adalah C

33. Seorang siswa diwajibkan mengerjakan 8 dari 10 soal, tetapi nomor 1 sampai dengan 4 wajib dikerjakan. Banyak pilihan yang harus diambil siswa tersebut adalah...

A. 10 B. 15 C. 20 D. 25 E. 30

Jawab:

Peluang:

ingat soal nomor 1, nomor 2 = soal nomor2, nomor 1 → tidak memperhatikan urutan ada maka merupakan Kombinasi (C)

$$n = 10 - 4 = 6$$

$$r = 8 - 4 = 4$$

dikurangkan dengan 4 karena soal yang wajib dikerjakan adalah 4 soal

$$\text{sehingga banyak pilihan} = C_r^n = C_4^6 = \frac{6!}{4!(6-4)!} = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$$

Jawabannya adalah B

34. Dari dalam kantong yang berisi 8 kelereng merah dan 10 kelereng putih akan diambil 2 kelereng sekaligus secara acak. Peluang yang terambil 2 kelereng putih adalah...

A. $\frac{20}{153}$ B. $\frac{28}{153}$ C. $\frac{45}{153}$ D. $\frac{56}{153}$ E. $\frac{90}{153}$

Jawab:

Peluang

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

n(A) = peluang banyaknya pengambilan 2 kelereng putih dari 10 kelereng putih yang tersedia

$$= C_2^{10} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45$$

n(S) = peluang banyaknya pengambilan 2 kelereng dari (10 + 8) kelereng yang tersedia

$$= C_2^{18} = \frac{18!}{2!(18-2)!} = \frac{18 \cdot 17}{2 \cdot 1} = 153$$

$$\text{maka } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{45}{153}$$

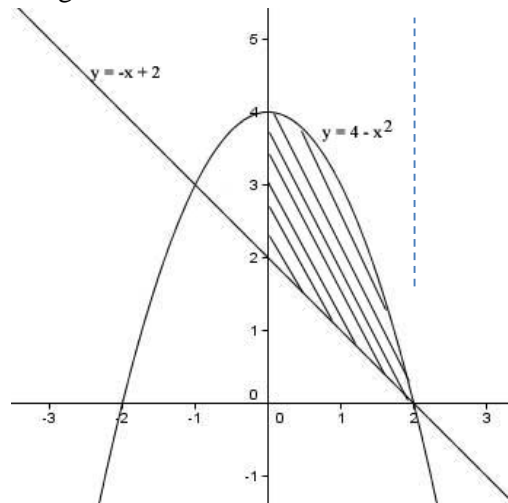
Jawabannya adalah C

35. Luas daerah yang dibatasi kurva $y = 4 - x^2$, $y = -x + 2$, dan $0 \leq x \leq 2$ adalah...

A. $\frac{8}{3}$ satuan luas C. $\frac{14}{3}$ satuan luas E. $\frac{26}{3}$ satuan luas

B. $\frac{10}{3}$ satuan luas D. $\frac{16}{3}$ satuan luas

Jawab:
Integral



$$y = 4 - x^2, y = -x + 2, \text{ dan } 0 \leq x \leq 2$$

$$\text{titik potong} \rightarrow 4 - x^2 = -x + 2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x = 2 \text{ atau } x = -1$$

$x = -1$ untuk perhitungan tidak berlaku karena syarat $0 \leq x \leq 2$
sehingga batas atas adalah 2 dan batas bawah = 0

posisi atas adalah $y = 4 - x^2$ dan bawah adalah $y = -x + 2$

$$\begin{aligned} \text{maka Luasnya adalah} &= \int_0^2 ((4 - x^2) - (-x + 2)) dx \\ &= \int_0^2 (2 - x^2 + x) dx \\ &= 2x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 \Big|_0^2 \\ &= 2 \cdot 2 - \frac{1}{3} \cdot 2^3 + \frac{1}{2} \cdot 2^2 = 4 - \frac{8}{3} + 2 = \frac{12 - 8 + 6}{3} = \frac{10}{3} \text{ satuan luas} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah B

36. Hasil dari $\int \cos^4 2x \sin 2x \, dx = \dots$

- A. $-\frac{1}{10} \sin^5 2x + C$ C. $-\frac{1}{5} \cos^5 2x + C$ E. $\frac{1}{10} \sin^5 2x + C$
B. $-\frac{1}{10} \cos^5 2x + C$ D. $\frac{1}{5} \cos^5 2x + C$

Jawab:

Integral

misal: $u = \cos 2x$

$$du = -2 \sin 2x \, dx$$

$$\begin{aligned} \int \cos^4 2x \sin 2x \, dx &= -\frac{1}{2} \int u^4 \, dx = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} u^5 = -\frac{1}{10} u^5 + C \\ &= -\frac{1}{10} \cos^5 2x + C \end{aligned}$$

Jawabannya adalah B

37. Volume benda putar yang terjadi jika daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2$, garis $y = 2x$ di kuadran I diputar 360° terhadap sumbu X adalah....

A. $\frac{20}{15} \pi$ satuan volume

C. $\frac{54}{15} \pi$ satuan volume

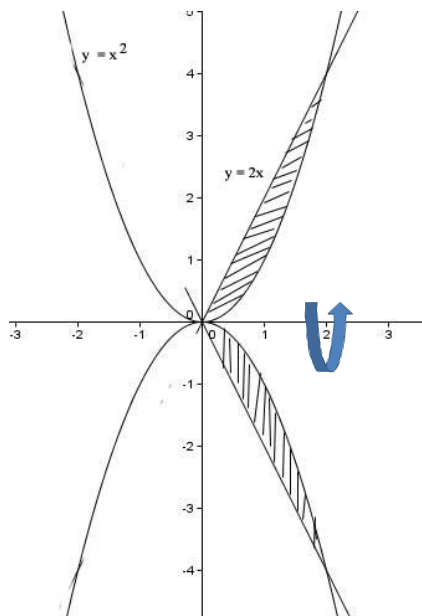
E. $\frac{144}{15} \pi$ satuan volume

B. $\frac{30}{15} \pi$ satuan volume

D. $\frac{64}{15} \pi$ satuan volume

Jawab:

Integral



$$y_1 = x^2; y_2 = 2x \rightarrow \text{diputar terhadap sumbu } x$$

$$\text{titik potong} \rightarrow y_1 = y_2$$

$$x^2 = 2x$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x-2) = 0$$

$$x = 0 \text{ atau } x = 2$$

Volume benda putar diputar terhadap sumbu x :

$$V = \pi \int_a^b y^2 dx$$

$$V = \pi \int_0^2 (y_2^2 - y_1^2) dx$$

$$= \pi \int_0^2 ((2x)^2 - (x^2)^2) dx$$

$$= \pi \int_0^2 (4x^2 - x^4) dx$$

$$= \pi \left(\frac{4}{3} x^3 - \frac{1}{5} x^5 \right) \Big|_0^2$$

$$= \pi \left(\frac{4}{3} 2^3 - \frac{1}{5} 2^5 \right) = \pi \left(\frac{32}{3} - \frac{32}{5} \right)$$

$$= \pi \left(\frac{160-96}{15} \right)$$

$$= \frac{64}{15} \pi \text{ satuan volume}$$

Jawabannya adalah D

38. Hasil $\int \frac{2x+3}{\sqrt{3x^2+9x-1}} dx = \dots$

A. $2\sqrt{3x^2+9x-1} + C$

C. $\frac{2}{3}\sqrt{3x^2+9x-1} + C$

E. $\frac{3}{2}\sqrt{3x^2+9x-1} + C$

B. $\frac{1}{3}\sqrt{3x^2+9x-1} + C$

D. $\frac{1}{2}\sqrt{3x^2+9x-1} + C$

Jawab:

Integral

misal:

$$u = 3x^2 + 9x - 1$$

$$du = (6x + 9) dx$$

$$du = 3(2x+3) dx \rightarrow \frac{1}{3} du = (2x+3) dx$$

$$\int \frac{2x+3}{\sqrt{3x^2+9x-1}} dx = \frac{1}{3} \int \frac{du}{\sqrt{u}} = \frac{1}{3} \int u^{-\frac{1}{2}} du$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1+(-\frac{1}{2})} u^{1-\frac{1}{2}} + C$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{u} + C = \frac{2}{3}\sqrt{3x^2+9x-1} + C$$

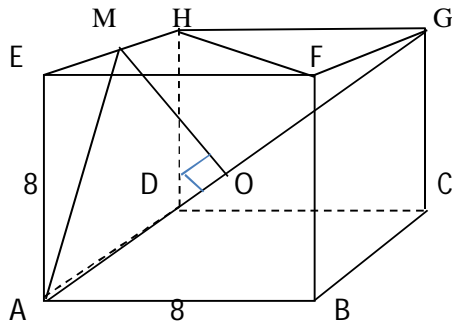
Jawabannya adalah C

39. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 8 cm. M adalah titik tengah EH. Jarak titik M ke AG adalah....

- A. $4\sqrt{6}$ cm B. $4\sqrt{5}$ cm C. $4\sqrt{3}$ cm D. $4\sqrt{2}$ cm E. 4 cm

Jawab:

Dimensi Tiga



$$EH = 8 \text{ cm}$$

$$EM = \frac{1}{2} EH = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} AM &= \sqrt{EA^2 + EM^2} \\ &= \sqrt{8^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\text{jarak titik M ke AG} = OM = \sqrt{AM^2 - AO^2}$$

$$AG = 8\sqrt{3} \text{ cm (diagonal ruang)}$$

$$\begin{aligned} AO &= \frac{1}{2} AG = 4\sqrt{3} \text{ cm} \\ &= \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - (4\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{80 - 48} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ cm} \end{aligned}$$

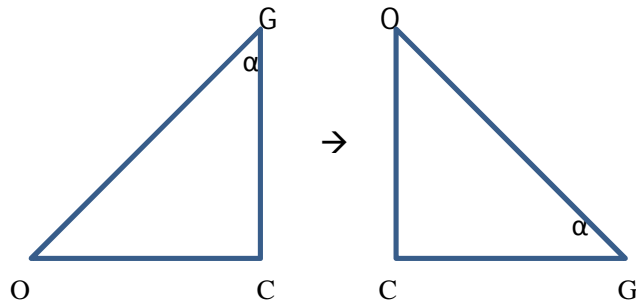
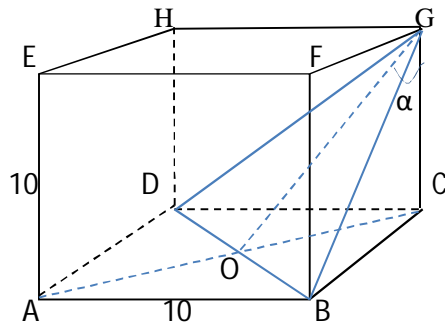
Jawabannya adalah D

40. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 10 cm. Kosinus sudut antara garis GC dan bidang BDG adalah....

- A. $\frac{1}{3}\sqrt{6}$ B. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ C. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ E. $\frac{1}{3}\sqrt{2}$

Jawab:

Dimensi Tiga



$$CG = 10 \text{ cm}$$

$$AC = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$OC = \frac{1}{2}AC = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} OG &= \sqrt{OC^2 + CG^2} = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 + 10^2} \\ &= \sqrt{50 + 100} = \sqrt{150} = 5\sqrt{6} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{sisi datar}}{\text{sisi miring}} = \frac{CG}{OG} = \frac{10}{5\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{2}{6}\sqrt{6} = \frac{1}{3}\sqrt{6}$$

Jawabannya adalah A