

Soal-Soal dan Pembahasan Matematika IPA SNMPTN 2010

1. Diketahui a dan b adalah dua buah bilangan bulat positif yang memenuhi : $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{13}{36}$

Nilai ab (a+b) adalah

- A. 468
B. 448
C. 368
D. 49
E. 36

Jawab:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{13}{36}$$

$$\Leftrightarrow \frac{b+a}{ab} = \frac{13}{36}$$

$$a+b = 13$$
$$ab = 36$$

maka nilai ab (a+b) = 36 . (13) = 468

Jawabannya adalah A

2. Diketahui $x < -3$. Bentuk yang setara dengan $|1 - |1 + 3x||$ adalah

- A. $-2 - 3x$
B. $3x$
C. $-2 + 3x$
D. $-3x$
E. $2 - 3x$

Jawab:

$$|1 - |1 + 3x|| = |1 - (-1 - 3x)|$$
$$= |2 + 3x|$$
$$= -2 - 3x$$

Jawabannya adalah A

3. Suku banyak yang akarnya $\sqrt{2} - \sqrt{5}$ adalah

- A. $x^4 + 14x^2 + 9$
B. $x^4 - 14x^2 + 9$
C. $x^4 - 14x^2 - 9$
D. $x^4 + 14x^2 + 89$
E. $x^4 - 14x^2 - 89$

Jawab:

akar suku banyak $= \sqrt{2} - \sqrt{5} \rightarrow$ dianggap salah satu akar suku banyak

$$x_1 = \sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$x_2 = \sqrt{2} + \sqrt{5} \rightarrow \text{dianggap akar yang lain}$$

$$x_1^2 = (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 = 2 - 2\sqrt{10} + 5 = 7 - \sqrt{40}$$

$$x_2^2 = (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 = 2 + 2\sqrt{10} + 5 = 7 + \sqrt{40}$$

Rumus Persamaan Kuadrat yang akar-akarnya x_1 dan x_2 adalah:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$$

dengan akar-akar x_1^2 dan x_2^2 menjadi suku banyak:

$$(x^2)^2 - (x_1^2 + x_2^2)x^2 + x_1^2 \cdot x_2^2 = 0$$

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 &= 7 - \sqrt{40} + 7 + \sqrt{40} \\ &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1^2 \cdot x_2^2 &= (7 - \sqrt{40}) \cdot (7 + \sqrt{40}) \\ &= 49 - 40 = 9 \end{aligned}$$

menjadi :

$$(x^2)^2 - (14)x^2 + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 14x^2 + 9 = 0$$

Jawabannya adalah B

4. Diketahui \vec{a} , \vec{b} dan \vec{c} vector dalam dimensi 3. Jika $\vec{a} \perp \vec{b}$ dan $\vec{a} \perp (\vec{b} + 2\vec{c})$, maka $\vec{a} \cdot (2\vec{b} - \vec{c}) = \dots$

A. 4

C. 1

E. -1

B. 2

D. 0

Jawab:

$$\vec{a} \perp \vec{b} \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\vec{a} \perp (\vec{b} + 2\vec{c}) \rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{b} + 2\vec{c}) = 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot 2\vec{c} = 0$$

$$\vec{a} \cdot 2\vec{c} = 0$$

$$2 \vec{a} \cdot \vec{c} = 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$$

$$\begin{aligned}\vec{a}(2\vec{b} - \vec{c}) &= 2\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c} \\ &= 2 \cdot 0 - 0 = 0\end{aligned}$$

Jawabannya adalah D

5. Jumlah 50 suku pertama $\log 5 + \log 55 + \log 605 + \log 6655 + \dots$ adalah

- A. $\log (55^{1150})$ C. $\log (25^{25} 11^{1225})$ E. $1150 \log (5)$
 B. $\log (5^{25} 11^{1225})$ D. $\log (275^{1150})$

Jawab:

$$\log 5 + \log 55 + \log 605 + \log 6655 + \dots = \log 5 + \log 5 \cdot 11 + \log 5 \cdot 11^2 + \log 5 \cdot 11^3 + \dots$$

merupakan deret aritmetika karena mempunyai beda(b)

$$= \log 5 \cdot 11 - \log 5 = \log 5 \cdot 11^2 - \log 5 \cdot 11$$

$$= \log \frac{5 \cdot 11}{5} = \log \frac{5 \cdot 11^2}{5 \cdot 11}$$

$$= \log 11 = \log 11$$

$$a = \log 5$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1) b)$$

$$S_{50} = \frac{50}{2} (2 \cdot \log 5 + (50-1) \log 11)$$

$$= 25 (2 \log 5 + 49 \log 11)$$

$$= 50 \log 5 + 1225 \log 11$$

$$= \log 5^{50} + \log 11^{1225}$$

$$= \log (5^2)^{25} + \log 11^{1225}$$

$$= \log (25^{25} 11^{1225})$$

Jawabannya adalah C

6. Diketahui barisan dengan suku pertama $U_1 = 15$ dan memenuhi $U_n - U_{n-1} = 2n + 3$, $n \geq 2$. Nilai $U_{50} + U_2$ adalah.....

- A. 2688 C. 2732 E. 2762
 B. 2710 D. 2755

Jawab:

Cara 1:

Cari urutan baris :

Sudah diketahui $U_1 = 15$ dan $U_2 = 22$

$$\begin{aligned}n = 3 \rightarrow U_3 - U_2 &= 2 \cdot 3 + 3 = 9 \\U_3 &= 9 + 22 \\&= 31\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n = 4 \rightarrow U_4 - U_3 &= 2 \cdot 4 + 3 = 11 \\U_4 &= 11 + 31 \\&= 42\end{aligned}$$

barisannya : 15 , 22 , 31, 42, ... \rightarrow bukan barisan aritmetika dan geometri

cari rumus umum barisan:

$$\begin{aligned}U_1 &= 10 + 5 = 10 + 1 + 4 \rightarrow 10 + n^2 + 4n \\U_2 &= 10 + 12 = 10 + 4 + 8 \rightarrow 10 + n^2 + 4n \\U_3 &= 10 + 21 = 10 + 9 + 12 \rightarrow 10 + n^2 + 4n \\U_4 &= 10 + 32 = 10 + 16 + 16 \rightarrow 10 + n^2 + 4n\end{aligned}$$

Rumus umum barisan = $10 + n^2 + 4n$

$$U_{50} + U_2 = 10 + 50^2 + 4 \cdot 50 + 22 = 232 + 2500 = 2732$$

Cara 2:

setelah didapat U_3 dan U_4 dibuat barisan sbb:

$$U_1, U_2, U_3, U_4, \dots, U_{50}$$
$$15, 22, 31, 42, \dots, U_{50}$$

7 9 11

\rightarrow membentuk barisan baru aritmetika dengan $a = 7$ dan $b = 2$

posisi U_{50} adalah posisi S_{49} barisan baru aritmetika

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1) b)$$

$$S_{49} = \frac{49}{2}(2 \cdot 7 + 48 \cdot 2) = \frac{49}{2}(110) = 49 \cdot 55 = 2695$$

$$U_{50} = S_{49} + \text{nilai awal barisan lama } (U_1) \\ = 2695 + 15 = 2710$$

$$U_{50} + U_2 = 2710 + 22 = 2732$$

Jawabannya adalah C

7. Kubus ABCD.EFGH panjang sisinya 1 dm. Titik P pada BC dengan $|PC| = t$ dm. Titik Q adalah proyeksi A pada DP dan R adalah proyeksi Q pada bidang EFGH. Luas segitiga AQR adalah...dm²

A. $\frac{1}{2\sqrt{t^2+1}}$

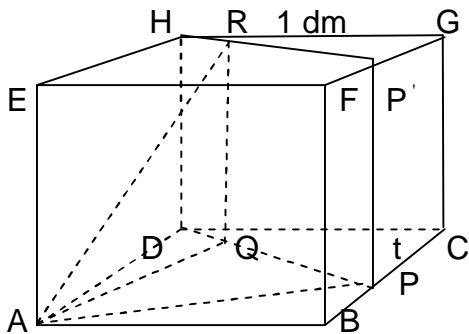
C. $2\sqrt{t^2+1}$

E. $1+t^2$

B. $\frac{1}{\sqrt{t^2+1}}$

D. $\frac{\sqrt{t^2-1}}{2}$

Jawab:



ditanya luas $\triangle AQR$?

$$\text{Luas } \triangle AQR = \frac{1}{2} AQ \cdot QR \rightarrow QR = 1 \text{ dm, } AQ = ?$$

Cari AQ:

$$DP = \sqrt{CD^2 + PC^2} = \sqrt{1+t^2}$$

$$L_{\triangle ADP} = L_{ABCD} - L_{\triangle CDP} - L_{\triangle BAP}$$

$$\frac{1}{2} DP \cdot AQ = AB \cdot AD - \frac{1}{2} PC \cdot CD - \frac{1}{2} BP \cdot AB$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1+t^2} \cdot AQ = 1 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot t \cdot 1 - \frac{1}{2} (1-t) \cdot 1$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1+t^2} \cdot AQ = 1 - \frac{1}{2} \cdot t - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot t$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{1+t^2} \cdot AQ = 1$$

$$AQ = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$$

$$L_{\Delta AQR} = \frac{1}{2} AQ \cdot QR$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} \cdot 1$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{1+t^2}}$$

Jawabannya adalah A

8. Manakah pernyataan berikut yang benar ?

- A. Jika $\sin x = \sin y$, maka $x = y$
- B. Jika $\cos x = \cos y$, maka $x = y$
- C. $\log x^2 = {}^2 \log x$, untuk semua $x = 0$
- D. Jika $\log x = \log y$, maka $x = y$
- E. $\sqrt{x^2} = x$ semua x

Jawab:

Pernyataan:

- A. $\sin x = \sin y$; $\sin 30^\circ = \sin (180^\circ - 30^\circ)$
 $\sin 30^\circ = \sin 150^\circ \rightarrow x = 30^\circ$; $y = 150^\circ \rightarrow x \neq y$
 pernyataan salah
- B. $\cos x = \cos y$; $\cos 30^\circ = \cos (360^\circ - 30^\circ)$
 $\cos 30^\circ = \cos 330^\circ \rightarrow x = 30^\circ$; $y = 330^\circ \rightarrow x \neq y$
 pernyataan salah
- C. $\log x^2 = {}^2 \log x$; syarat $\log x$; $x \neq 0$
 pernyataan salah
- D. $\log x = \log y$; $\log x = \log y \rightarrow x = y$
 pernyataan benar

E. $\sqrt{x^2} = x$, untuk $x < 0$ tidak berlaku

$$\text{contoh : } \sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = 2$$

$-2 \neq 2 \rightarrow$ pernyataan salah

Jawaban yang benar adalah D

9. Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x}}{\sqrt{\sin 2x}} = \dots$

A. $\sqrt{2}$

C. $\frac{1}{2}$

E. 0

B. 1

D. $\frac{1}{4}$

Jawab:

Cara 1:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x}}{\sqrt{\sin 2x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\frac{4x}{x}}}{\sqrt{\frac{\sin 2x}{x}}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

Cara 2:

rumus:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x}}{\sqrt{\sin 2x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{4x}{\sin 2x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{2}$$

Jawabannya adalah A

10. Luas daerah persegi panjang terbesar yang dapat dibuat dalam daerah yang dibatasi

kurva $y = \frac{1}{3}x^2$ dan $y = 5$ adalah

A. $\frac{16}{3}\sqrt{5}$

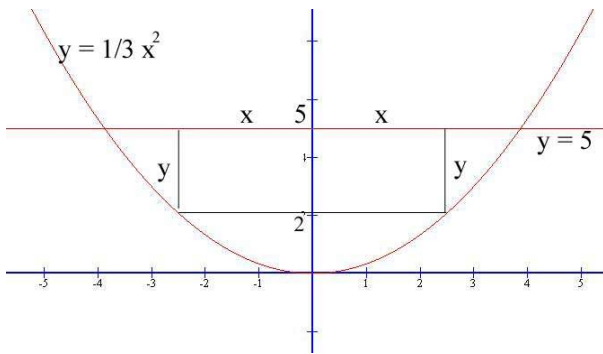
C. $6\sqrt{5}$

E. $\frac{20}{3}\sqrt{5}$

B. $\frac{17}{3}\sqrt{5}$

D. $\frac{19}{3}\sqrt{5}$

Jawab:



$$L = 2 \cdot xy \rightarrow y = 5 - \frac{1}{3}x^2$$

$$= 2 \cdot x \left(5 - \frac{1}{3}x^2\right)$$

$$= 10x - \frac{2}{3}x^3$$

Luas daerah persegi panjang terbesar atau maksimum apabila $L' = 0$

$$L = 10x - \frac{2}{3}x^3$$

$$L' = 10 - 2x^2 = 0$$

$$10 = 2x^2$$

$$x^2 = 5$$

$$x = \pm \sqrt{5} \rightarrow \text{yang berlaku adalah } + \sqrt{5}$$

masukkan ke dalam persamaan :

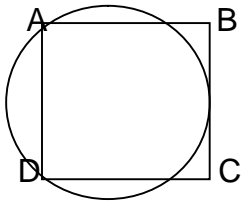
$$L = 10x - \frac{2}{3}x^3 = 10\sqrt{5} - \frac{2}{3}5\sqrt{5}$$

$$= 10\sqrt{5} - \frac{10}{3}\sqrt{5}$$

$$= \frac{30}{3}\sqrt{5} - \frac{10}{3}\sqrt{5} = \frac{20}{3}\sqrt{5}$$

Jawabannya adalah E

11.



Perhatikan gambar persegi ABCD dengan panjang sisi 10 cm. Lingkaran melalui titik A dan D dan menyinggung sisi BC. Luas lingkaran tersebut adalahcm²

A. 10π

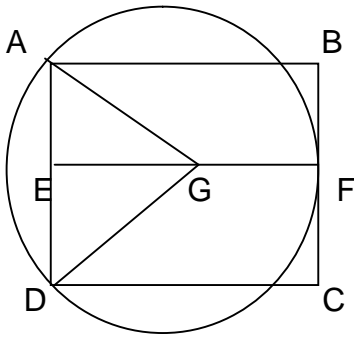
C. $\frac{625}{16}\pi$

E. $\frac{85}{2}\pi$

B. 20π

D. $\frac{325}{8}\pi$

Jawab:



Lingkaran melalui titik A dan D dan menyinggung sisi BC terlihat pada gambar.

$$\text{Luas lingkaran} = \pi r^2$$

Berarti cari r terlebih dahulu.

$$r = DG = GF$$

$$\begin{aligned} DE^2 &= DG^2 - EG^2 \\ &= r^2 - (10 - r)^2 \\ &= r^2 - (100 - 20r + r^2) \\ &= 20r - 100 \end{aligned}$$

$$AD = AB = 10 \text{ cm}$$

$$DE = \frac{1}{2} AD = 5 \text{ cm}$$

$$DE^2 = 20r - 100$$

$$25 = 20r - 100$$

$$20r = 100 + 25$$

$$r = \frac{125}{20} = \frac{25}{4}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2}{3}p - \frac{3}{4} + \sqrt{2p - 2p + \frac{9}{4}} \\
&= \frac{2}{3}p - \frac{3}{4} + \sqrt{\frac{9}{4}} \\
&= \frac{2}{3}p - \frac{3}{4} + \frac{3}{2} = \frac{5}{4} \\
\frac{2}{3}p &= \frac{5}{4} + \frac{3}{4} - \frac{6}{4} \\
\frac{2}{3}p &= \frac{2}{4} \\
p &= \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 4} = \frac{3}{4}
\end{aligned}$$

Jawabannya adalah C

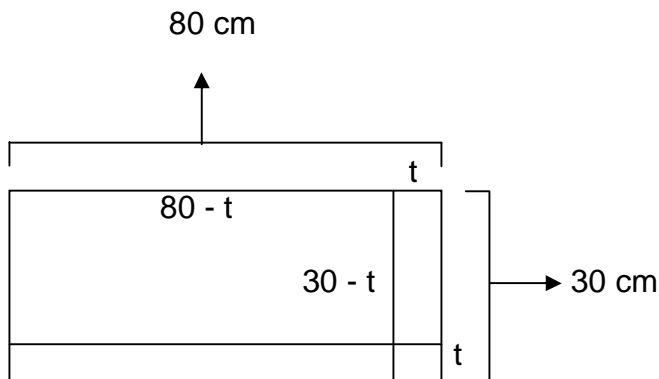
13. Diketahui selembar seng dengan panjang 80 cm dan lebar 30 cm. Jika panjang dan lebarnya dipotong dengan ukuran yang sama sehingga luas seng menjadi 275 cm^2 , maka panjang dan lebarnya harus dipotong....cm

A. 30
B. 25

C. 20
D. 15

E. 10

Jawab:



misal t = potongan panjang dan lebar dengan ukuran yang sama

panjang setelah dipotong = $80 - t$

lebar setelah dipotong = $30 - t$

Luas setelah dipotong = $(80 - t)(30 - t) = 275$

$$\Leftrightarrow 2400 - 80t - 30t + t^2 = 275$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 110t + 2400 - 275 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 110t + 2125 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 85)(t - 25) = 0$$

$$t = 85 \text{ atau } t = 25$$

$t = 85 \rightarrow$ tidak mungkin karena $>$ panjang dan lebar
 $t = 25$ adalah jawaban yang tepat karena $<$ panjang dan lebar

Jawabannya adalah B

14. Sejumlah siswa terdiri atas 5 putra dan 5 putri membentuk panitia yang terdiri atas 4 orang siswa. Peluang panitia tersebut memuat paling banyak 2 siswa putri adalah...

A. $\frac{16}{21}$

C. $\frac{23}{42}$

E. $\frac{35}{42}$

B. $\frac{11}{37}$

D. $\frac{31}{42}$

Jawab:

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Dari 5 putra dan 5 putri akan dipilih 4 orang siswa dengan memuat paling banyak 2 siswa putri, sehingga bisa dibentuk dengan 3 susunan sbb:

1. 3 putra dan 1 putri
2. 2 putra dan 2 putri
3. 4 putra dan 0 putri

Susunan 1 : 3 putra dan 1 putri

Banyaknya cara memilih 3 putra dari 5 putra

$$C_3^5 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{3 \cdot 2 \cdot 2!} = \frac{20}{2} = 10$$

Banyaknya cara memilih 1 putri dari 5 putri

$$C_1^5 = \frac{5!}{1!(5-1)!} = \frac{5 \cdot 4!}{4!} = 5$$

Sehingga banyaknya susunan 3 putra dan 1 putri = $10 \times 5 = 50$

Susunan 2 : 2 putra dan 2 putri

Banyaknya cara memilih 2 putra dari 5 putra

$$C_2^5 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2 \cdot 3!} = \frac{20}{2} = 10$$

Banyaknya cara memilih 2 putri dari 5 putri

$$C_2^5 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2 \cdot 3!} = \frac{20}{2} = 10$$

Sehingga banyaknya susunan 2 putra dan 2 putri = $10 \times 10 = 100$

Susunan 3 : 4 putra dan 0 putri

Banyaknya cara memilih 4 putra dari 5 putra

$$C_4^5 = \frac{5!}{4!(5-4)!} = \frac{5 \cdot 4!}{4!} = 5$$

Banyaknya cara memilih 0 putri dari 5 putri

$$C_0^5 = \frac{5!}{5!} = 1$$

Sehingga banyaknya susunan 4 putra dan 0 putri = $5 \times 1 = 5$

Banyaknya susunan panitia paling banyak terdiri dari 2 putri:
 $50 + 100 + 5 = 155 \rightarrow n(A)$

$n(S) \rightarrow$ jumlah susunan 4 panitia dari 10 calon (5 putra dan 5 putri)

$$C_4^{10} = \frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{24} = 10 \cdot 3 \cdot 7 = 210$$

Sehingga peluang panitia memuat paling banyak 2 siswa putri :

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{155}{210} = \frac{31}{42}$$

Jawabannya adalah D

15. Integral yang menyatakan luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = \sqrt{x}$, $x + y - 6 = 0$ dan sumbu x adalah.....

A. $\int_0^6 \sqrt{x} dx + \int_6^9 (x-6) dx$

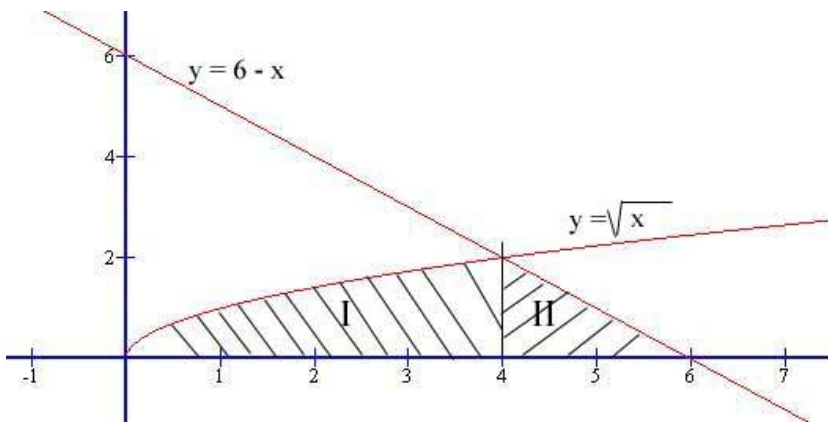
D. $\int_0^4 \sqrt{x} dx - \int_4^6 (x-6) dx$

B. $\int_0^4 \sqrt{x} dx - \int_4^9 (x-6) dx$

E. $\int_0^4 \sqrt{x} dx + \int_4^6 (x-6) dx$

C. $\int_0^4 \sqrt{x} dx + \int_4^9 (x-6) dx$

Jawab:



Daerah I adalah kurva $y = \sqrt{x}$ dengan batas atas 4 dan batas bawah 0

$$\text{Luas I} = \int_0^4 \sqrt{x} dx$$

Daerah II adalah garis $y = 6-x$ dengan batas atas 6 dan batas bawah 4

$$\text{Luas II} = \int_4^6 (6-x) dx$$

Luas keseluruhan = Luas I + Luas II

$$\begin{aligned} &= \int_0^4 \sqrt{x} dx + \int_4^6 (6-x) dx \\ &= \int_0^4 \sqrt{x} dx - \int_4^6 (x-6) dx \end{aligned}$$

Jawabannya adalah **D**