Soal-Soal dan Pembahasan *SNMPTN Matematika IPA*
Tahun Pelajaran 2010/2011
Tanggal Ujian: 01 Juni 2011

1. Diketahui vektor $\vec{u}$ = (a, -2, -1) dan $\vec{v}$ = (a, a, -1). Jika vektor $\vec{u}$ tegak lurus pada $\vec{v}$, maka nilai a adalah ...

   A. -1 B. 0 C. 1 D. 2 E. 3

   Jawab:

   Vektor:

   vektor $\vec{u}$ tegak lurus pada $\vec{v}$ maka $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

   $\vec{u} = \begin{pmatrix} a \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ a \\ -1 \end{pmatrix}$

   $\begin{pmatrix} a \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} a \\ a \\ -1 \end{pmatrix} = a^2 - 2a + 1 = 0$

   $(a - 1)(a-1) = 0 \Leftrightarrow (a - 1)^2 = 0$
   maka a = 1

   Jawabannya adalah C

2. Pernyataan berikut yang benar adalah ...

   A. Jika sin x = sin y maka x = y

   B. Untuk setiap vektor $\vec{u}$, $\vec{v}$ dan $\vec{w}$ berlaku $\vec{u} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{w}) = (\vec{u} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{w}$

   C. Jika $\int_a^b f(x)\,dx = 0$, maka $f(x) = 0$

   D. Ada fungsi f sehingga $\lim_{x \to c} f(x) \neq f(c)$ untuk suatu c

   E. $1 - \cos 2x = 2\cos^2 x$

Jawab:

Trigonometri, vektor, integral, limit

A. Ambil nilai dimana sin x = sin y → sin α = sin (180^0 – α)
ambil nilai α = 60^0 → sin 60^0 = sin 120^0 ; tetapi $60^0 \neq 120^0$
Pernyataan SALAH

B. Operasi $\vec{u} \,.\, (\vec{v} \,.\, \vec{w})$ tak terdefinisi karena $\vec{v} \,.\, \vec{w}$ = skalar, sedangkan $\vec{u}$ = vektor
vektor . skalar = tak terdefinisi
Pernyataan SALAH

C. Ambil contoh cari cepat hasil dimana $\int_a^b f(x)\,dx = 0$;

Didapat b = 1 dan a = -1 maka f(x)= x → $\int_{-1}^{1} x\,dx = 0$ → $\frac{1}{2}x^2 \,|_{-1}^{1} = \frac{1}{2}(1 - 1) = 0$

terbukti : f(x) = x bukan f(x) = 0
Pernyataan SALAH

D. Ambil contoh f(x) = $\frac{(x^2-1)}{(x-1)} = \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)}$

$$\lim_{x \to c} f(x) = \lim_{x \to 1} = \frac{(x^2-1)}{(x-1)} = \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)} = 2$$

$$\lim_{x \to c} f(x) \neq f(c) \rightarrow 2 \neq 1$$

Pernyataan BENAR

E. 1 – cos 2x = 1 – ($2\cos^2 x - 1$)
= 1 + 1 - 2cos2 x = 2 - $2\cos^2 x$
= 2 (1 – $\cos^2 x$)

Pernyataan SALAH

Jawabannya adalah D

3. Luas daerah di bawah y = $-x^2 + 8x$ dan di atas y = 6x - 24 dan terletak di kuadran I adalah....

a. $\int_0^4 (-x^2 + 8x)dx + \int_4^6 (x^2 - 2x - 24)\, dx$

b. $\int_0^4 (-x^2 + 8x)dx + \int_4^6 (-x^2 + 2x + 24)\, dx$

c. $\int_0^6 (-x^2 + 8x)dx + \int_6^8 (-x^2 + 2x + 24)\, dx$

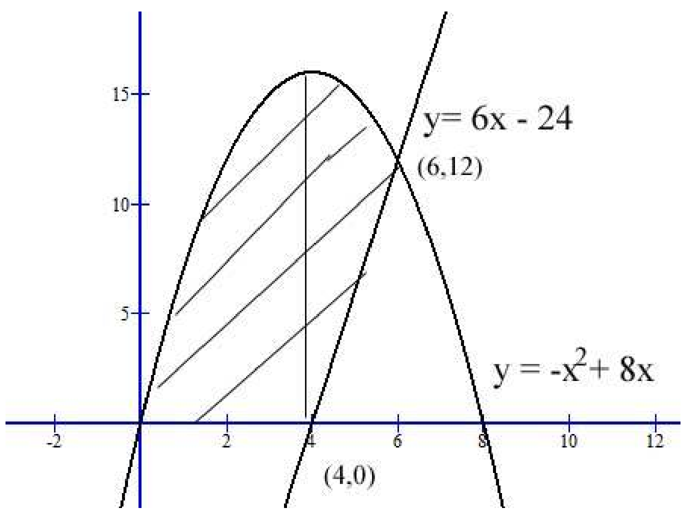
d. $\int_4^6 (6x - 24)dx + \int_6^8 (-x^2 + 8x)\, dx$

e. $\int_0^4 (6x - 24)dx + \int_4^6 (-x^2 + 8x)\, dx$

Jawab:

Integral:

kuadran I



titik potong kedua persamaan : $y_1 = y_2$

$-x^2 + 8x = 6x - 24$
$\Leftrightarrow -x^2 + 8x - 6x + 24 = 0$
$\Leftrightarrow -x^2 + 2x + 24 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 = 0$
$\Leftrightarrow (x - 6)(x+4)0$
x = 6 atau x = -4 → karena di kuadran I maka yang berlaku adalah x = 6 →
y = 6.6 – 24= 12

berada di titik (6,12)

L = $\int_0^4 (-x^2 + 8x)dx \ + \int_4^6 ((-x^2 + 8x) - (6x - 24))\, dx$

= $\int_0^4 (-x^2 + 8x)dx \ + \int_4^6 (-x^2 + 2x + 24)\, dx$

Jawabannya adalah B

4. sin 35^0 cos 40^0 - cos 35 sin 40^0 =

   A. cos 5^0 B. sin 5^0 C. cos 95^0 D. cos 75^0 E. sin 75^0

   Jawab:
   Trigonometri:

   Pakai rumus:

   sin (A - B) = sin A cos B - cos A Sin B

   A= 35^0 ; B = 40^0

   = sin (35^0 - 40^0) = sin -5^0

   Cos (90^0 - θ) = sin θ → rumus

   Cos (90^0 - (-5^0)) = sin -5^0 → θ = -5^0
   Cos 95^0 = sin -5^0

   Jawabannya adalah C

5. Diketahui g(x) = ax^2 – bx + a – b habis dibagi x – 1. Jika f(x) adalah suku banyak yang bersisa a ketika dibagi x – 1 dan bersisa 3ax + b^2 + 1 ketika dibagi g(x), maka nilai a adalah......

   A. -1 B. -2 C. 1 D. 2 E. 3

   Jawab:

   Suku Banyak:

   g(x) = ax^2 – bx + a – b habis dibagi x – 1 → g(1) = 0

   g(1) = a . 1 – b .1 + a – b = 0
   = a – b + a – b = 0
   2a – 2b = 0
   2a = 2b → a = b

   karena a = b maka:
   g(x) = ax^2 – ax + a – a = ax^2 – ax

f(x) dibagi dengan f(x-1) sisa a → f(1) = a

f(x) dibagi dengan g(x) sisa $3ax + b^2 + 1 \Leftrightarrow$ f(x) dibagi dengan $ax^2 - ax$ sisa $3ax + b^2 + 1$
$\Leftrightarrow$ f(x) dibagi dengan $ax(x - 1)$ sisa $3ax + b^2 + 1$

teorema suku banyak:

Jika suatu banyak f(x) dibagi oleh (x- k) akan diperoleh hasil bagi H(x) dan sisa pembagian S → f(x) = (x- k) H(x) + S

f(x) dibagi dengan $ax(x - 1)$ sisa $3ax + b^2 + 1$
$f(x) = ax(x - 1)H(x) + (3ax + b^2 + 1)$

substitusikan nilai nol dari pembagi yaitu x = 0 dan x = 1 → dari ax (x - 1)

ambil x = 1

- untuk x = 1
  $f(1) = a \cdot 1(1 - 1)H(0) + 3a.1 + b^2 + 1$
  $a = 0 + 3a + b^2 + 1$ → diketahu a = b, masukkan nilai a = b
  $a = 3a + a^2 + 1$
  $\Leftrightarrow a^2 + 2a + 1 = 0$
  $(a+1)(a+1) = (a+1)^2 = 0$
  $a = -1$

  Jawabannya adalah A

6. Rotasi sebesar 45^0 terhadap titik asal diikuti dengan pencerminan terhadap y = -x memetakan titik (3,4) ke ....

A. $\left(\frac{7\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ C. $\left(\frac{7\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ E. $\left(-\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

B. $\left(-\frac{7\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ D. $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Jawab:

Transformasi Geometri:

Rotasi sebesar 45^0 terhadap titik asal = $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$

pencerminan terhadap y = -x → $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4' \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4' \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

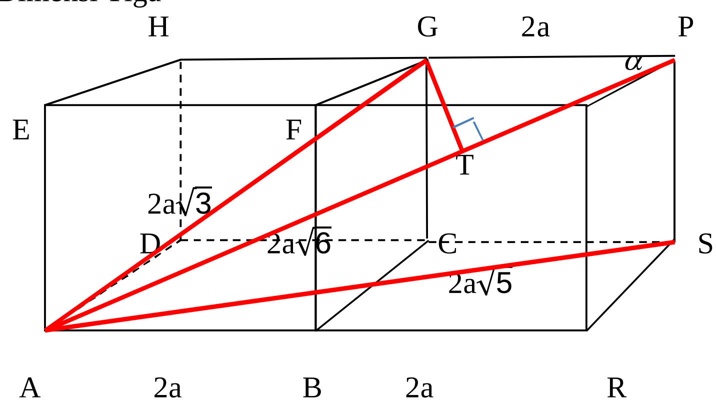
Jawabannya adalah B

7. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuknya 2a. Jika titik P berada pada perpanjangan garis HG sehingga HG = GP, maka jarak titik G ke garis AP adalah....

A. $\frac{a}{6}\sqrt{6}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ E. $\frac{2a}{3}\sqrt{6}$

Jawab:

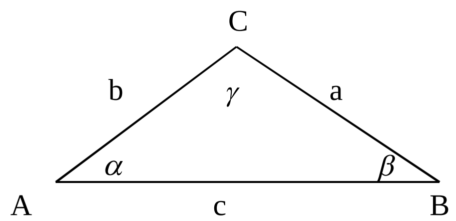
Dimensi Tiga



jarak titik G ke garis AP adalah = GT= ....?

Teorema yang dipakai:

Aturan sinus dan cosinus



Aturan cosinus

1. $a^2 = b^2 + c^2$ - 2bc cos α

2. $b^2 = a^2 + c^2$ - 2ac cos β

3. $c^2 = a^2 + b^2$ - 2ab cos γ

$AG^2 = AP^2 + GP^2 - 2\ AP.\ GP\ .\cos\alpha$
$AG = 2a\sqrt{3}$; GP= 2a ; AP= ..?

$AP^2 = AS^2 + PS^2$

$AS^2 = AR^2 + SR^2$
$= (4a)^2 + (2a)^2$
$= 16a^2 + 4a^2$
$= 20a^2$
$AS = 2a\sqrt{5}$

$AP^2 = 20a^2 + 4a^2$
$= 24a^2$

$AP = 2a\sqrt{6}$

$AG^2 = 24a^2 + 4a^2 - 2\ .\ 2a\sqrt{6}\ .\ 2a.\ \cos\alpha$
$(2a\sqrt{3})^2 = 28a^2 - 8a^2\sqrt{6}\ .\cos\alpha$
$12a^2 = 28a^2 - 8a^2\sqrt{6}\ .\cos\alpha$
$8a^2\sqrt{6}\ .\cos\alpha = 28a^2 - 12a^2$
$\cos\alpha = \frac{16a^2}{8a^2\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} \rightarrow \frac{x}{r}$ (lihat segitiga GTP, arahkan ke sin $\alpha = \frac{y}{r} = \frac{GT}{GP}$)

$y^2 = r^2 - x^2$ (Phytagoras)
$= 6 - 4 = 2$

$y = \sqrt{2}$

$\sin\alpha = \frac{GT}{GP} = \frac{GT}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{GT}{2a}$

$GT = 2a \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = 2a \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2a \cdot \frac{2}{\sqrt{12}} = \frac{4a}{2\sqrt{3}} = \frac{2a}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Jawabannya adalah D

8. Jika $0 < x < \pi$ dan x memenuhi $\sin^2 x + \sin x = 2$ maka nilai cos x adalah ...

A. 1 B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 0 E. -1

Jawab:

Trigonometri:

$\sin^2 x + \sin x = 2 \Leftrightarrow \sin^2 x + \sin x - 2 = 0$
$\Leftrightarrow (\sin x + 2)(\sin x - 1) = 0$

didapat sin x = -2 (tidak berlaku) atau $\sin x = 1 \rightarrow x = 90^0$

maka $\cos x = \cos 90^0 = 0$

Jawabannya adalah D

9. Jika $\lim\limits_{x \to 0} \frac{g(x)}{x} = 1$, maka nilai $\lim\limits_{x \to 0} \frac{g(x)}{\sqrt{1-x} - 1}$

A. -4 B. -2 C. 1 D. 2 E. 4

Jawab:

Limit dan Fungsi

$$\lim_{x \to 0} \frac{g(x)}{\sqrt{1-x} - 1} = \lim_{x \to 0} \frac{g(x)}{\sqrt{1-x} - 1}\frac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}+1} = \lim_{x \to 0} \frac{g(x)\sqrt{1-x}+1}{1-x-1} = \lim_{x \to 0} \frac{g(x)\sqrt{1-x}+1}{-x}$$

$$= -\lim_{x \to 0} \frac{g(x)}{x} \cdot \lim_{x \to 0} \sqrt{1-x} + 1 = -1 \cdot (1+1) = -2 \rightarrow \lim_{x \to 0} \frac{g(x)}{x} = 1$$

Jawabannya adalah B

10. Delapan titik terletak pada bidang datar sehingga tidak ada titik yang segaris. Banyak segitiga yang dapat dibuat dengan titik - titik sudut dari titik - titik tersebut adalah ...

A. 56 B. 58 C. 64 D. 84 E. 96

Jawab:

Peluang:

merupakan kombinasi

$$C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

diketahui n = 8 dan r = 3 (segitiga terdiri dari 3 titik)

$$C_3^8 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8.7.6}{3.2.1} = 8.\ 7 = 56$$

Jawabannya adalah A

11. Panitia jalan sehat akan membuat sebuah kupon bernomor yang terdiri atas empat angka yang disusun oleh angka-angka 0, 1, 3, 5 dan 7. Jika angka pertama atau terakhir tidak 0, maka banyak kupon yang dapat dibuat adalah ...

    A. 600 B. 605 C. 610 D. 620 E. 625

    Jawab:

    Peluang:

    Banyak kupon yang dibuat dengan angka pertama dan terakhir tidak 0 =
    Jumlah seluruh kupon – jumlah kupon dengan angka pertama dan terakhir tidak 0

    = (5 . 5 . 5. 5) – (5. 5) = 625 – 25 = 600

    Jawabannya adalah A

12. Dari 10 orang, terdiri atas 6 laki-laki dan 4 wanita akan dipilih 3 orang untuk menjadi ketua, sekretaris, dan bendahara suatu organisasi. Peluang terpilih ketua laki-laki atau sekretaris wanita adalah......

    A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{9}{15}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{11}{15}$ E. $\frac{4}{5}$

Jawab:

Peluang:

Kejadian tidak saling lepas
$A \cap B \neq \phi$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$
dibuat rumus sesuai seoal di atas menjadi:

$P(L \cup W) = P(L) + P(W) - P(L \cap W)$
$$= \frac{n(L)}{n(S)} + \frac{n(W)}{n(S)} - \frac{n(L \cap W)}{n(S)}$$

L= Laki-laki; W= wanita → Laki-laki + Wanita = 10

n(L) = 6 . 9 . 8 = 432 → banyaknya kemungkinan ketua laki-laki
(6 = jumlah seluruh laki-laki; 9 = 10 -1 ; 8 = 10 – 2)
n(W) = 9 . 4. 8 = 288 → banyaknya kemungkinan sekretaris wanita
(4 = jumlah seluruh wanita)
$n(L \cap W)$ = 6 . 4 . 8 = 192 → banyaknya kemungkinan ketua laki-laki, sekretaris wanita
(8 = 10 – 2 → posisi ketua dan sekretaris sudah ada 2 orang)
n(S) = 10 . 9 . 8 = 720 → ruang sample (kejadian bebas)

$P(L \cup W) = \frac{432}{720} + \frac{288}{720} - \frac{192}{720} = \frac{528}{720} = \frac{11}{15}$

Jawabannya adalah D

13. Diberikan f(x) = a + bx dan F(x) adalah anti turunan f(x). Jika F(1) – F(0) = 2, maka nilai 2a + b adalah .....

A. 4 B. 6 C. 8 D. 9 E. 10

Jawab:

Integral

$\int \boldsymbol{f(x)}dx = F(x) + c$

$\int (a + bx)\, dx = ax + \frac{b}{2}x^2 + c$

F(1) – F(0) = 2 →(a. 1 + $\frac{b}{2}1^2$ + c) – (0+0+c) = 2
= a + $\frac{b}{2}$ = 2 → dikalikan 2
= 2a + b = 4

Jawabannya adalah A

14. Diketahui kurva f(x) = x^3 – (a - b) x^2 - x + b + 1 habis dibagi oleh (x-1). Jika kurva y = f(x) bersinggungan dengan garis x+y = -1 di titik (2, -3) maka nilai a adalah....

A. -4 B. -2 C. 1 D. 3 E. 5

Jawab:

Differensial/turunan

Karena kurva habis dibagi oleh (x -1) maka f(1) = 0

f(1) = 1 – (a-b) – 1 + b + 1 = 0
= -a + 2b + 1 = 0
= -a + 2b = -1 ....(1)

gradien garis x + y = -1 → y = - x - 1 → didapat gradien=m = -1

karena kurva dan garis bersinggungan maka gradien kurva :

gradien kurva = gradien garis = -1

f(x) = x^3 – (a - b) x^2 - x + b + 1
m = $f'(x)$ =3x^2 – 2 (a - b) x - 1 → dengan nilai x = 2 (titik (2,3))
-1 = 3 . 4 – 2 (a – b). 2 – 1
-1 = 12 – 4a + 4b – 1
4a – 4b = 12
a – b = 3 ......(2)

substitusi (1) dan (2)

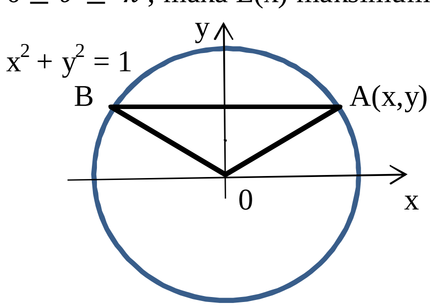
-a + 2b = -1
a – b = 3 +

b = 2

maka a = 5

Jawabannya adalah E

15. Diketahui L(x) adalah luas segitiga ABO seperti pada gambar berikut. Jika cos θ = x, dan $0 \leq \theta \leq \pi$, maka L(x) maksimum untuk nilai θ adalah ....



A. 15^0 B. 30^0 C. 45^0 D. 60^0 E. 75^0

Jawab:

Differensial:

Luas segitiga ABO = 2 . $\frac{1}{2}$(x. y) = x . y

$y^2 = 1 - x^2 \rightarrow y = \sqrt{1-x^2}$ (jari-jari lingkaran = AO = BO = 1)

sehingga Luas segitiga ABO = x . $\sqrt{1-x^2} = \sqrt{x^2-x^4} = (x^2-x^4)^{\frac{1}{2}}$
L(x) maksimum $\rightarrow L' = 0$
$L' = \frac{1}{2}(x^2-x^4)^{-\frac{1}{2}}$ $(2x - 4x^3) = \frac{1(2x-4x^3)}{2\sqrt{x^2-x^4}} = 0$

$2x - 4x^3 = 0$
$2x(1 - 2x^2) = 0$
$2x = 0$ atau $2x^2 = 1$
x = 0 (tidak berlaku) atau $x^2 = \frac{1}{2} \rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{2}}$

$= \sqrt{\frac{1}{2}}\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

$\cos\theta = x = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

$\theta = 45^0$

Jawabannya adalah C