

**Soal-Soal dan Pembahasan
Matematika IPA
SNMPTN 2012
Tanggal Ujian: 13 Juni 2012**

1. Lingkaran $(x + 6)^2 + (y + 1)^2 = 25$ menyinggung garis $y = 4$ di titik...

- A. (-6, 4) C. (-1, 4) E. (5, 4)
 B. (6, 4) D. (1, 4)

Jawab:
 BAB XI Lingkaran

Masukkan nilai $y=4$ pada persamaan

$$(x + 6)^2 + (4 + 1)^2 = 25$$

$$(x + 6)^2 = 25 - 25 = 0$$

$$x = -6$$

Didapat titik $x = -6$ dan $y = 4 \rightarrow (-6,4)$

Jawabannya A

2. Jika $2x^3 - 5x^2 - kx + 18$ dibagi $x - 1$ mempunyai sisa 5, maka nilai k adalah...

- A. -15 C. 0 E. 10
 B. -10 D. 5

Jawab:
 BAB XII Suku Banyak

Metoda Horner

	x^3	x^2	x	
$x = 1$	2	-5	-k	18
	2	-3	-3 - k	+
	2	-3	(-3- k)	(15 - k) \rightarrow sisa =5

\nearrow = kalikan dengan $x = 1$

$$15 - k = 5$$

$$k = 15 - 5 = 10$$

Jawabannya E

3. Luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2$, $y = 1$, dan $x = 2$ adalah...

A. $\int_{-1}^2 (1 - x^2) dx$

C. $\int_1^2 (x^2 - 1) dx$

E. $\int_0^2 (x^2 - 1) dx$

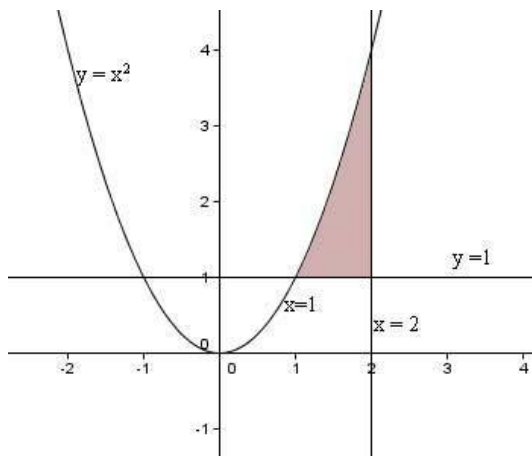
B. $\int_{-1}^2 (x^2 - 1) dx$

D. $\int_{-1}^1 (1 - x^2) dx$

Jawab

BAB XVI Integral

Buat sketsa gambar untuk mengetahui batas luas:



terlihat bahwa bidang luasnya (arsiran) bagian atasnya adalah $y = x^2$ dan bagian bawahnya $y = 1$ dengan dibatasi oleh batas atas $x = 2$ dan batas bawah $x = 1$.

Dalam notasi integralnya :

$$L = \int_a^b y_2 dx - \int_a^b y_1 dx = \int_a^b (y_2 - y_1) dx$$

$$\int_1^2 (x^2 - 1) dx$$

Jawabannya C

4. $\frac{(\cos x + \sin x)^2}{(\cos x - \sin x)^2} = \dots$

A. $\frac{1}{1 - \cos 2x}$

C. $\frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x}$

E. $\frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x}$

B. $\frac{1}{1 - \sin 2x}$

D. $\frac{1 + 2\sin x}{1 - 2\sin x}$

Jawab:
BAB VII Trigonometri

$$\begin{aligned}\frac{(\cos x + \sin x)^2}{(\cos x - \sin x)^2} &= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x + 2 \sin x \cos x}{\cos^2 x + \sin^2 x - 2 \sin x \cos x} \\ &= \frac{1 + 2 \sin x \cos x}{1 - 2 \sin x \cos x} \\ &= \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos^2 x + \sin^2 x &= 1 \\ 2 \sin x \cos x &= \sin 2x\end{aligned}$$

Jawabannya E

5. Lingkaran $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$ memotong sumbu $-x$ di titik A dan B. Jika P adalah titik pusat lingkaran tersebut, maka $\cos \angle APB = \dots$

A. $\frac{7}{25}$

C. $\frac{12}{25}$

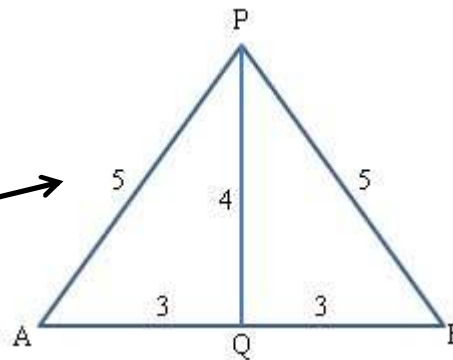
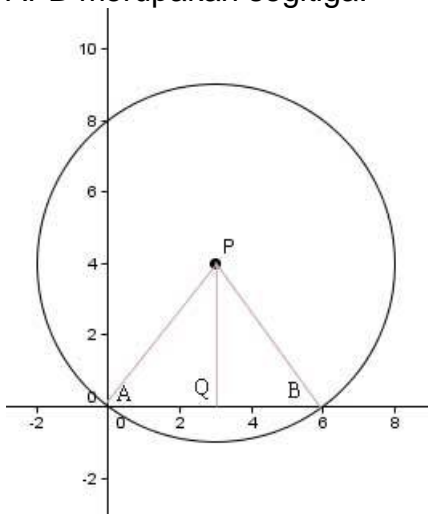
E. $\frac{18}{25}$

B. $\frac{8}{25}$

D. $\frac{16}{25}$

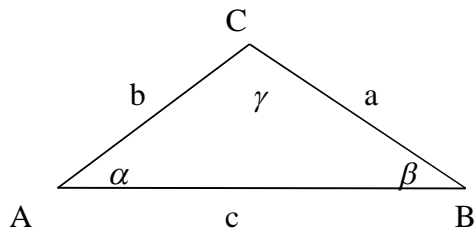
Jawab:
BAB XI Lingkaran dan BAB VII Trigonometri

Sketsa gambar:
Lingkaran dengan pusat (3,4)
APB merupakan segitiga.



Untuk menjawab soal ini digunakan teorema di bawah ini:

Aturan sinus dan cosinus



Aturan cosinus

1. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
2. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$
3. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$

Kita pakai rumus (3)

$$c = AB = 6$$

$$a = b = AP = PB = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos P$$

$$2ab \cos P = a^2 + b^2 - c^2$$

$$\begin{aligned} \cos P &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \\ &= \frac{5^2 + 5^2 - 6^2}{2 \cdot 5 \cdot 5} \\ &= \frac{14}{50} = \frac{7}{25} \end{aligned}$$

Jawabannya A

6. Grafik fungsi $f(x) = ax^3 - bx^2 + cx + 12$ naik jika....

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| A. $b^2 - 4ac < 0$ dan $a > 0$ | D. $b^2 - 3ac < 0$ dan $a > 0$ |
| B. $b^2 - 4ac < 0$ dan $a < 0$ | E. $b^2 - 3ac < 0$ dan $a < 0$ |
| C. $b^2 - 3ac > 0$ dan $a < 0$ | |

Jawab:

BAB XV Differensial

Syarat fungsi naik

$$f'(x) > 0$$

$$3ax^2 - 2bx + c > 0$$

* variabel $x^2 > 0$

$$3a > 0$$

$$a > 0$$



→ fungsi naik (- , 0, +)

* $D < 0$ → karena $f'(x) > 0$, maka tidak ada titik potong dan singgung di sb x sehingga $D < 0$

$$(-2b)^2 - 4 \cdot 3a \cdot c < 0$$

$$4b^2 - 12 \cdot a \cdot c < 0$$

$$b^2 - 3ac < 0$$

didapat $a > 0$ dan $b^2 - 3ac < 0$

Jawabannya D

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x^2 \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = \dots$$

A. -1

C. 1

E. $\sqrt{3}$

B. -0

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Jawab:

XIV Limit Fungsi

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x^2 \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2 \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{1}{\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} \\ &= \frac{1}{\tan\left(0 + \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{1}{\tan 45^\circ} = \frac{1}{1} = 1 \end{aligned}$$

Jawabannya C

8. Enam orang bepergian dengan dua mobil milik dua orang diantara mereka. masing-masing mobil dikemudikan oleh pemiliknya dan kapasitas mobil masing-masing adalah 4 orang termasuk pengemudi. Banyak cara menyusun penumpang di kedua mobil tersebut adalah...

- A. 10
- B. 14
- C. 24
- D. 54
- E. 96

Jawab:

BAB X Peluang

Dari 6 orang, 2 orang sebagai pemilik mobil dan mengemudikan mobil masing-masing.

Sehingga yang dicari adalah probabilitas untuk $6 - 2 = 4$ orang. Masing-masing mobil mempunyai kapasitas untuk 4 orang termasuk pengemudi.

Jumlah cara yang mungkin:

	Mobil 1	Mobil 2
1.	3 orang	1 orang
2.	2 orang	2 orang
3.	1 orang	3 orang

ada 3 cara penyusunan :

C_3^4 , C_2^4 dan C_1^4

Banyak cara penyusunan adalah total 3 cara penyusunan tsb:

$$C_3^4 + C_2^4 + C_1^4 = \frac{4!}{3!(4-3)!} + \frac{4!}{2!(4-2)!} + \frac{4!}{1!(4-1)!}$$

$$= 4 + 6 + 4 = 14 \text{ cara}$$

Jawabannya B

9. Di dalam kotak terdapat 3 bola biru, 4 bola merah dan 2 bola putih. Jika diambil 7 bola tanpa pengembalian, maka peluang banyak bola merah yang terambil dua kali banyak bola putih yang terambil adalah

- A. $\frac{1}{24}$
- B. $\frac{1}{12}$
- C. $\frac{1}{6}$
- D. $\frac{3}{14}$
- E. $\frac{1}{8}$

Jawab:
BAB X Peluang

Peluang banyak bola merah terambil = PM
Peluang banyak bola putih terambil = PP
Peluang banyak bola biru terambil = PB

Peluang yang dicari adalah peluang terambilnya 4 bola merah, 2 bola putih dan 1 bola biru.

$$\begin{aligned} \text{Peluangnya} &= P(\text{PM} \cap \text{PP} \cap \text{PB}) = \frac{C_4^4 \times C_2^2 \times C_1^3}{C_7^9} \\ &= \frac{\frac{4!}{4!(4-4)!} \times \frac{2!}{2!(2-2)!} \times \frac{3!}{1!(3-1)!}}{\frac{9!}{7!(9-7)!}} \\ &= \frac{1 \times 1 \times 3}{36} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \end{aligned}$$

Jawabannya B

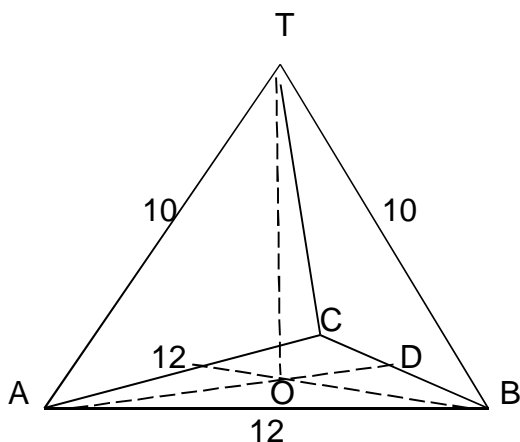
10. Diberikan limas T.ABC dengan $AB = AC = BC = 12$ dan $TA = TB = TC = 10$. Jarak dari titik T ke bidang ABC adalah....

A. $2\sqrt{13}$
B. $\sqrt{13}$

C. 8
D. $5\sqrt{3}$

E. $4\sqrt{3}$

Jawab:
BAB VIII Dimensi Tiga



$$TO = \sqrt{TA^2 - AO^2}$$

Teorema titik berat:

$$TA = 10$$

$$AO = \frac{2}{3} AD$$

$$DO = \frac{1}{3} AD$$

$$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} \rightarrow BD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$$

$$\begin{aligned} AD &= \sqrt{12^2 - 6^2} \\ &= \sqrt{144 - 36} \\ &= \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$AO = \frac{2}{3} AD = \frac{2}{3} \cdot 6\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} TO &= \sqrt{TA^2 - AO^2} \\ &= \sqrt{10^2 - (4\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{100 - 48} \\ &= \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \end{aligned}$$

Jawabannya A

11. Nilai $\cos x - \sin x > 0$ jika

A. $\frac{\pi}{7} < x < \frac{5\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{5} < x < \frac{8\pi}{5}$

B. $\frac{\pi}{6} < x < \frac{3\pi}{2}$

E. $\frac{7\pi}{5} < x < \frac{8\pi}{5}$

C. $\frac{\pi}{5} < x < \frac{7\pi}{5}$

Jawab:

BAB VII Trigonometri

$$\cos x - \sin x > 0$$

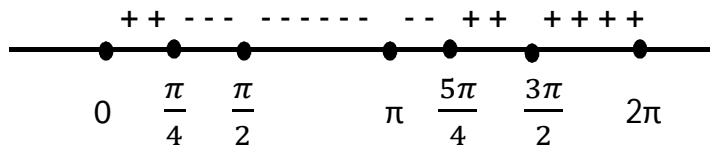
$$\cos x - \sin x = 0$$

$$\cos x = \sin x$$

$$x = 45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ atau } x = 225^\circ = \frac{5\pi}{4}$$

gunakan garis bilangan:

$$\cos x - \sin x > 0$$



daerahnya adalah $0 \leq x < \frac{\pi}{4}$ atau $\frac{5\pi}{4} < x \leq 2\pi$

jawaban yang memenuhi adalah $\frac{7\pi}{5} < x < \frac{8\pi}{5}$ karena masuk di daerah $\frac{5\pi}{4} < x \leq 2\pi$

Jawabannya E

12. Diketahui vektor \vec{u} dan vektor \vec{v} membentuk sudut θ . Jika panjang proyeksi \vec{u} pada \vec{v} sama dengan dua kali panjang \vec{v} , maka perbandingan panjang \vec{u} terhadap panjang \vec{v} adalah...

A. $1 : 2\cos \theta$

C. $2\cos \theta : 1$

E. $\cos \theta : 2$

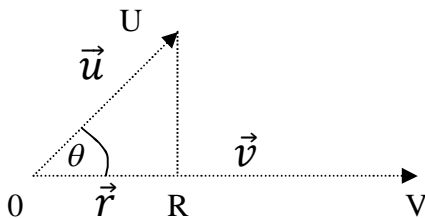
B. $2 : \cos \theta$

D. $1 : \cos \theta$

Jawab:

BAB XX Vektor

Proyeksi skalar ortogonal / Panjang Proyeksi



$$|\overrightarrow{OR}| = |\vec{r}| = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|} \rightarrow \text{Proyeksi skalar ortogonal } \vec{u} \text{ pada } \vec{v}$$

Proyeksi skalar juga disebut panjang proyeksi

$$|\vec{r}| = 2 |\vec{v}|$$

$$2 |\vec{v}| = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}$$

$$= \frac{|\vec{u}| |\vec{v}| \cos \theta}{|\vec{v}|}$$

$$2 |\vec{v}| = \frac{|\vec{u}| \cos \theta}{1}$$

$$\frac{2}{\cos \theta} = \frac{|\vec{u}|}{|\vec{v}|} \rightarrow 2 : \cos \theta$$

Jawabannya B

13. Vektor \vec{x} dicerminkan terhadap garis $y = x$. Kemudian hasilnya diputar terhadap titik asal O sebesar $\theta > 0$ searah jarum jam, menghasilkan vektor \vec{y} . Jika $\vec{y} = A\vec{x}$, maka matriks $A = \dots$

A. $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$

E. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Jawab:

BAB XXI Transformasi Geometri dan BAB VII Trigonometri

Pencerminan terhadap garis $y = x$, Matriksnya = $M_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Rotasi terhadap titik asal O sebesar $\theta > 0$ searah jarum jam, Matriksnya = $M_2 =$

Teori yang ada adalah rotasi berlawanan dengan arah jarum jam:

$$x = r \cos \alpha$$

$$y = r \sin \alpha$$

Jika rotasi searah dengan arah jarum jam maka:

$$x = r \cos \alpha$$

$$y = -r \sin \alpha$$

sehingga :

$$\begin{aligned} x' &= r \cos (\alpha + \theta) \\ &= r \cos \alpha \cos \theta - r \sin \alpha \sin \theta \\ &= x \cos \theta + y \sin \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y' &= -r \sin (\alpha + \theta) \\ &= -r \sin \alpha \cos \theta - r \cos \alpha \sin \theta \\ &= y \cos \theta - x \sin \theta \end{aligned}$$

$$\text{Untuk } -1 \leq \frac{a-1,5}{2-0,5a}$$

$$-(2 - 0,5a) \leq a - 1,5$$

$$-2 + 0,5a \leq a - 1,5$$

$$-2 + 0,5a - a + 1,5 \leq 0$$

$$-0,5 - 0,5a \leq 0$$

$$-0,5 \leq 0,5a$$

$$-1 \leq a \Leftrightarrow a \geq -1 \dots (2)$$

dari (1) dan (2) didapat nilai a:

$$-1 \leq a \leq \frac{7}{3}$$

Himpunan Penyelesaian yang merupakan bilangan bulat adalah $\{-1, 0, 1, 2\}$
Jumlahnya adalah 4

Jawabannya D

15. Diberikan suku banyak $p(x) = ax^2 + bx + 1$. Jika a dan b dipilih secara acak dari selang $[0,3]$, maka peluang suku banyak tersebut tidak mempunyai akar adalah...

A. 1

C. $\frac{2}{4}$

E. 0

B. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{1}{4}$

Jawab:

$$p(x) = ax^2 + bx + 1$$

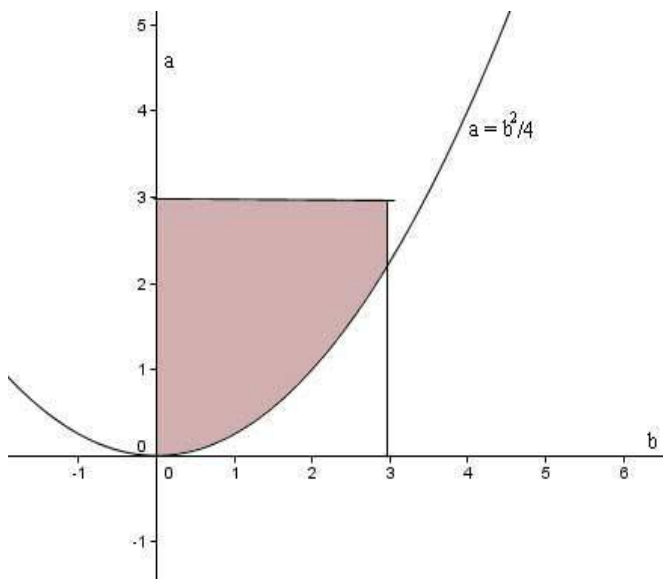
$p(x)$ tidak mempunyai akar apabila $D < 0$

$$b^2 - 4a < 0$$

$$b^2 < 4a$$

$$\Leftrightarrow a > \frac{b^2}{4}$$

asumsikan bahwa $y = a$ dan $b = x$ sehingga dapat dibuat grafik sbb:



$a > \frac{b^2}{4}$ adalah daerah yang diarsir
(nilai a dan b yg memenuhi)

ingat bahwa range a dan b
adalah 0 s/d 3
sehingga banyak kemungkinan
sampelnya adalah :
luas persegi = $3 \times 3 = 9 \rightarrow n(S)$

Luas yang diarsir = luas persegi – luas yg tidak terarsir

$$\text{Luas yang tidak terarsir} = \int_0^3 \left(\frac{b^2}{4}\right) db$$

$$= \frac{1}{3} \frac{b^3}{4} \Big|_0^3 = \frac{1}{12} \cdot 3^3 = \frac{27}{12} = \frac{9}{4}$$

$$\text{Luas yang diarsir} = 9 - \frac{9}{4} = \frac{36-9}{4} = \frac{27}{4} \rightarrow n(A)$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\frac{27}{4}}{9} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

Jawabannya B