

PEMBAHASAN TKDU BIDANG ILMU MATEMATIKA DASAR SBMPTN TAHUN 2013

1. Jika $4^{m-1} + 4^m = 15/4$, maka $8^m = \dots$

Soal tersebut dapat diselesaikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}4^{m-1} + 4^m &= \frac{15}{4} \\ \Leftrightarrow 1 \cdot 4^{m-1} + 4 \cdot 4^{m-1} &= \frac{15}{4} \\ \Leftrightarrow (1 + 4) \cdot 4^{m-1} &= \frac{15}{4} \\ \Leftrightarrow 5 \cdot 4^{m-1} &= \frac{15}{4} \\ \Leftrightarrow 4^{m-1} &= \frac{15}{4} \cdot \frac{1}{5} \\ \Leftrightarrow 4^{m-1} &= \frac{3}{4} \\ \Leftrightarrow \frac{4^m}{4^1} &= \frac{3}{4} \\ \Leftrightarrow 4^m &= 3 \\ \Leftrightarrow (4^m)^{\frac{3}{2}} &= 3^{\frac{3}{2}} \\ \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4^2}\right)^m &= \sqrt{3^3} \\ \Leftrightarrow 8^m &= \sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3}\end{aligned}$$

Jawaban (D) $3\sqrt{3}$.

2. Jika $\log_x w = 1/2$ dan $\log_{xy} w = 2/5$, maka nilai $\log_y w$ adalah ...

Pertama, kita tentukan nilai $\log_x y$ terlebih dahulu.

$$\begin{aligned}\log_{xy} w &= \frac{\log_x w}{\log_x x \cdot y} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{5} &= \frac{\frac{1}{2}}{\log_x x + \log_x y}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \quad \frac{2}{5} &= \frac{\frac{1}{2}}{1 + \log_x y} \\ \Leftrightarrow \quad 2 + 2 \log_x y &= \frac{5}{2} \\ \Leftrightarrow \quad 2 \log_x y &= \frac{5}{2} - 2 \\ \Leftrightarrow \quad 2 \log_x y &= \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \quad \log_x y &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Selanjutnya kita tentukan nilai dari $\log_y w$.

$$\begin{aligned} \log_y w &= \frac{\log_x w}{\log_x y} \\ &= \frac{1/2}{1/4} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Jawaban (D) 2.

3. Persamaan kuadrat $x^2 - (c - 2)x + 4 = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 .
Jika $x_1 > 1$ dan $x_2 > 1$, maka ...

Misalkan $x_1 \leq x_2$ serta $x_1 > 1$ dan $x_2 > 1$ maka $1 < x_1 \leq x_2$. Sehingga apabila $x_1 > 1$ akan menyebabkan x_2 juga lebih dari 1. Diperoleh,

$$\begin{aligned} \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} &> 1 \\ \Leftrightarrow \frac{(c - 2) - \sqrt{(c - 2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} &> 1 \\ \Leftrightarrow \frac{c - 2 - \sqrt{c^2 - 4c + 4 - 16}}{2} &> 1 \\ \Leftrightarrow c - 2 - \sqrt{c^2 - 4c - 12} &> 2 \\ \Leftrightarrow \sqrt{c^2 - 4c - 12} &< c - 4 \quad \dots(1) \end{aligned}$$

Sebelum menyelesaikan persamaan (1) di atas, selesaikan dulu syaratnya, yaitu $c^2 - 4c - 12 \geq 0$.

$$c^2 - 4c - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (c - 6)(c + 2) = 0$$

Sehingga pembuat nolnya adalah $c = 6$ atau $c = -2$. Karena $c^2 - 4c - 12 \geq 0$ memiliki $a > 0$ maka nilai c yang memenuhi pertidaksamaan tersebut adalah $c \leq -2$ atau $c \geq 6$... (2)

Selanjutnya selesaikan pertidaksamaan sebelumnya, $\sqrt{c^2 - 4c - 12} < c - 4$.

Karena $\sqrt{c^2 - 4c - 12}$ tidak negatif, maka $c - 4$ juga tidak negatif, sehingga

$$\begin{aligned} & \sqrt{c^2 - 4c - 12} < c - 4 \\ \Leftrightarrow & \left(\sqrt{c^2 - 4c - 12}\right)^2 < (c - 4)^2 && \text{(Kedua ruas tidak negatif)} \\ \Leftrightarrow & c^2 - 4c - 12 < c^2 - 8c + 16 \\ \Leftrightarrow & 4c < 28 \\ \Leftrightarrow & c < 7 && \text{... (3)} \end{aligned}$$

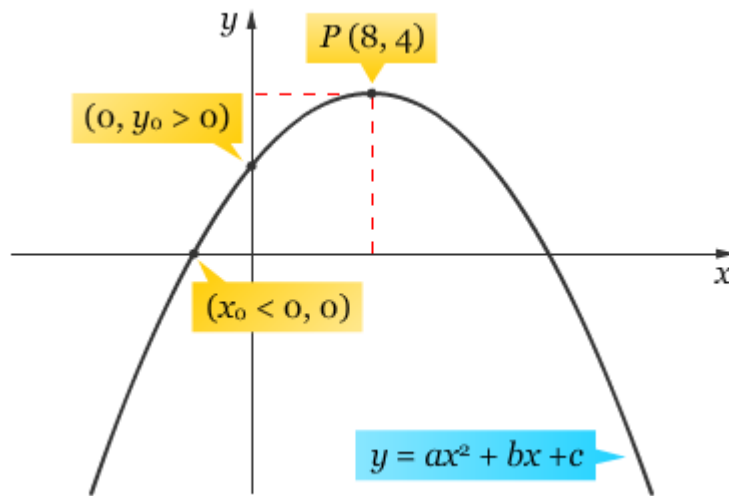
Nilai c yang memenuhi permasalahan awal adalah irisan dari pertidaksamaan (2) dan (3) di atas, yaitu $6 \leq c < 7$.

Jawaban (C) $6 \leq c < 7$.

4. Jika grafik fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ mempunyai titik puncak $(8, 4)$ dan memotong sumbu- X negatif, maka ...

Jika grafik fungsi kuadrat memiliki nilai maksimum positif dan memotong sumbu- X maka grafik fungsi kuadrat tersebut haruslah terbuka ke bawah, atau dengan kata lain $a < 0$.

Apabila suatu grafik fungsi kuadrat memiliki sumbu simetri pada garis $x = 8$ (grafik fungsi kuadrat yang memiliki titik puncak $(8, 4)$ memiliki sumbu simetri pada garis $x = 8$) dan memotong sumbu- X negatif, maka grafik fungsi kuadrat tersebut memotong sumbu- Y positif. Atau dengan kata lain, $f(0) = y_0 > 0$. Untuk lebih jelasnya perhatikan grafik berikut.



Sehingga,

$$f(0) = a(0)^2 + b(0) + c > 0$$

$$\Leftrightarrow c > 0$$

Jadi, agar grafik fungsi kuadrat tersebut memotong sumbu- X negatif maka $c > 0$.

Selanjutnya perhatikan bahwa titik puncak grafik fungsi kuadrat tersebut adalah $P(8, 4)$. Sehingga,

$$x_p = \frac{-b}{2a} = 8$$

$$\Leftrightarrow -b = 16a$$

$$\Leftrightarrow b = -16a$$

Karena $a < 0$, maka $b = -16a > 0$.

Jawaban (E) $a < 0$, $b > 0$, dan $c > 0$.

5. Ibu mendapat potongan harga sebesar 25% dari total pembelian barang di suatu toko. Toko tersebut membebankan pajak sebesar 10% dari harga total pembelian setelah dipotong. Jika x adalah harga total pembelian, maka ibu harus membayar sebesar ...

Misalkan H adalah harga yang harus dibayar ibu, maka

$$H = (x - 25\%x) - 10\%(x - 25\%x)$$

$$= (75\%x) - 10\%(75\%x)$$

$$\begin{aligned}
 &= (0,75x) - 0,1(0,75x) \\
 &= (1 - 0,1)(0,75)x \\
 &= (0,9 \times 0,75)x
 \end{aligned}$$

Jawaban (C) $(0,9 \times 0,75)x$

6. Jika $1 < a < 2$, maka semua nilai x yang memenuhi pertidaksamaan

$$\frac{x^2 + 4x}{-x^2 + 2x - 3a} > 0$$

adalah ...

Untuk $a = 1$ fungsi kuadrat yang menjadi penyebut dari fungsi rasional tersebut akan menjadi $-x^2 + 2x - 3$. Sehingga diskriminan fungsi kuadrat tersebut adalah

$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4(-1)(-3) = -8 < 0$$

Karena fungsi kuadrat tersebut memiliki koefisien x^2 yang negatif, maka fungsi kuadrat tersebut definit negatif. Demikian juga untuk $a = 2$, fungsi tersebut juga merupakan definit negatif. Sehingga untuk $1 < a < 2$, fungsi kuadrat $-x^2 + 2x - 3a$ merupakan fungsi yang definit negatif, atau dengan kata lain berapapun nilai x , akan menghasilkan nilai fungsi yang negatif. Agar fungsi rasional tersebut lebih dari nol (positif), maka pembilang dari fungsi rasional tersebut, $x^2 + 4x$, haruslah negatif—ingat bahwa negatif dibagi negatif menghasilkan bilangan positif.

$$x^2 + 4x < 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 4) < 0$$

Diperoleh $-4 < x < 0$.

Jawaban (C) $-4 < x < 0$.

7. Pada tahun 2010 populasi sapi di kota A adalah 1.600 ekor dan kota B 500 ekor. Setiap bulan terjadi peningkatan pertumbuhan 25 ekor di kota A dan 10 ekor di kota B. Pada saat populasi sapi di kota A tiga kali populasi sapi di kota B, populasi sapi di kota A adalah ...

Populasi sapi di kedua kota bertambah dengan jumlah yang sama pada tiap bulannya. Oleh karena itu, populasi sapi di dua kota tersebut akan menurut aturan barisan aritmetika. Misalkan A_n dan B_n secara berturut-turut merupakan populasi sapi di kota A dan B pada bulan ke- n , maka

$$A_n = 1.600 + (n - 1)25,$$

$$B_n = 500 + (n - 1)10.$$

Selanjutnya tentukan bulan ketika populasi sapi di kota A sama dengan 3 kali populasi sapi di kota B.

$$A_n = 3B_n$$

$$\Leftrightarrow 1.600 + (n - 1)25 = 3(500 + (n - 1)10)$$

$$\Leftrightarrow 1.600 + (n - 1)25 = 1.500 + (n - 1)30$$

$$\Leftrightarrow (n - 1)25 - (n - 1)30 = 1.500 - 1.600$$

$$\Leftrightarrow (n - 1)(25 - 30) = -100$$

$$\Leftrightarrow n - 1 = \frac{-100}{-5}$$

$$\Leftrightarrow n - 1 = 20$$

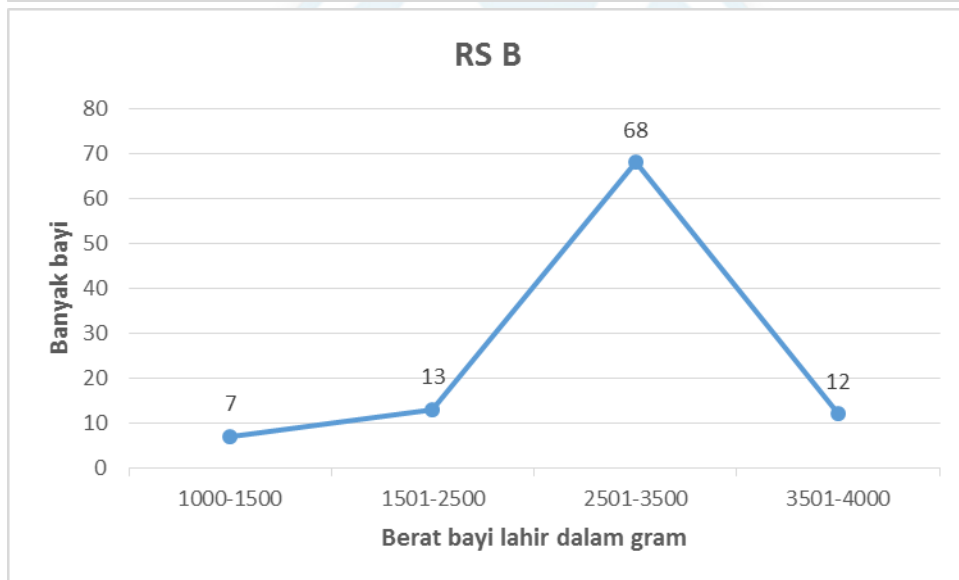
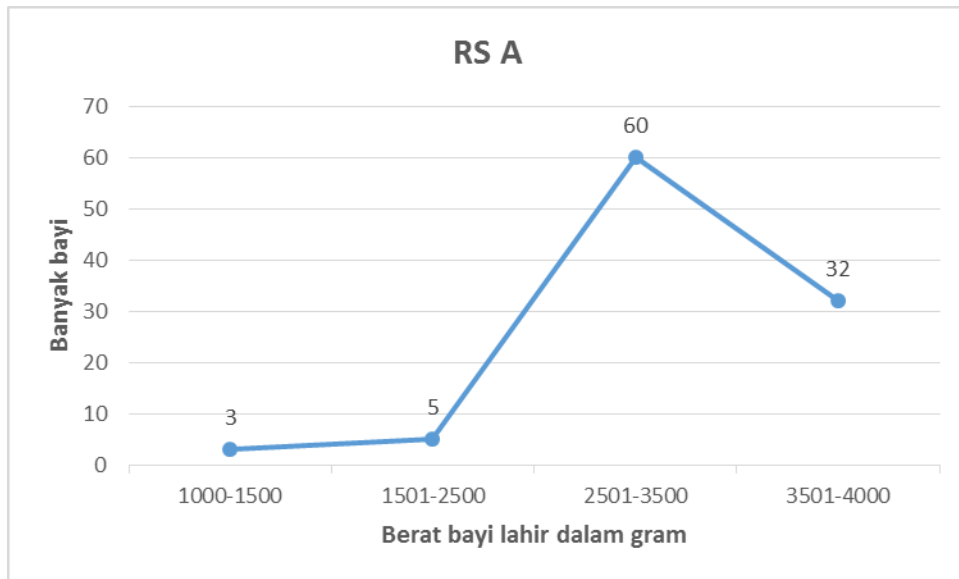
$$\Leftrightarrow n = 20 + 1 = 21$$

Itu artinya pada bulan ke-21 populasi di kota A akan tiga kali dari populasi sapi di kota B. Selanjutnya tentukan populasi sapi di kota A pada bulan tersebut.

$$\begin{aligned} A_{21} &= 1.600 + (21 - 1)25 \\ &= 1.600 + 20 \cdot 25 \\ &= 1.600 + 500 = 2.100 \end{aligned}$$

Jawaban (D) 2.100 ekor.

8. Distribusi berat bayi lahir di rumah sakit A dan B dapat dilihat pada diagram berikut.



Berat badan bayi dikatakan normal apabila beratnya pada saat lahir lebih dari 2.500 gram. Banyak bayi normal yang lahir di dua rumah sakit tersebut adalah ...

Kedua diagram garis di atas menunjukkan banyak bayi lahir yang dibedakan menurut berat badannya. Banyaknya bayi normal, yaitu bayi yang beratnya lebih dari 2.500 gram, di dua rumah sakit tersebut adalah

$$N = 60 + 32 + 68 + 12 = 172.$$

Jawaban (E) 172.

9. Median dan rata-rata dari data yang terdiri dari atas empat bilangan asli yang telah diurutkan mulai dari yang terkecil adalah 7. Jika data tersebut tidak mempunyai modus dan selisih antara data terbesar dan terkecilnya adalah 8, maka hasil kali terbesar dari data kedua dan keempat adalah ...
Jika terdapat 4 bilangan yang tidak memiliki modus maka terdapat 3 kemungkinan, yaitu (i) keempat bilangan tersebut semuanya berbeda, (ii) terdapat dua pasang bilangan yang sama, dan (iii) keempat bilangan tersebut sama. Untuk kemungkinan yang terakhir tidak mungkin karena selisih antara data terbesar dan terkecilnya adalah 8. Sehingga menyisakan dua kemungkinan.

- a. Apabila terdapat dua pasang bilangan yang sama dan syaratnya keempat bilangan tersebut harus memiliki rata-rata dan median 7 serta selisih antara data terbesar dan terkecilnya adalah 8, maka dengan mudah diperoleh bilangan tersebut adalah 3, 3, 11, dan 11. Sehingga hasil kali data kedua dan keempat adalah $3 \times 11 = 33$.
- b. Kemungkinan selanjutnya adalah keempat bilangan tersebut berbeda, misalkan $a, b, c,$ dan d dengan $a < b < c < d$. Dengan,

$$\frac{a + b + c + d}{4} = 7 \quad \dots(1)$$

$$\frac{b + c}{2} = 7 \quad \dots(2)$$

$$d - a = 8 \quad \dots(3)$$

Ubah persamaan (1) dan substitusi persamaan (2) ke persamaan yang dihasilkan.

$$\begin{aligned} & \frac{a + b + c + d}{4} = 7 \\ \Leftrightarrow & \frac{a + d}{4} + \frac{b + c}{4} = 7 \\ \Leftrightarrow & \frac{a + d}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{b + c}{2} = 7 \\ \Leftrightarrow & \frac{a + d}{4} + \frac{1}{2} \cdot 7 = 7 \\ \Leftrightarrow & \frac{a + d}{4} = 7 - \frac{7}{2} \\ \Leftrightarrow & \frac{a + d}{4} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow a + d = 4 \cdot \frac{7}{2} = 14$$

$$\Leftrightarrow d = 14 - a \quad \dots(4)$$

Substitusi persamaan (4) ke persamaan (3).

$$(14 - a) - a = 8$$

$$\Leftrightarrow 14 - 2a = 8$$

$$\Leftrightarrow -2a = 8 - 14$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{-6}{-2} = 3 \quad \dots(5)$$

Selanjutnya substitusikan persamaan (5) ke persamaan (4).

$$d = 14 - 3 = 11$$

Setelah itu tentukan nilai b dan c . Karena dari persamaan (2) diketahui $(b + c)/2 = 7$, maka $b + c = 14$ atau $c = 14 - b$.

$$b = 4 \Rightarrow c = 14 - 4 = 10$$

$$b = 5 \Rightarrow c = 14 - 5 = 9$$

$$b = 6 \Rightarrow c = 14 - 6 = 8$$

$$b = 7 \Rightarrow c = 14 - 7 = 7$$

Yang terakhir tidaklah memenuhi syarat karena b dan c haruslah berbeda.

Sehingga agar hasil kali data kedua dan keempat terbesar, maka pilih $b = 6$ dan diperoleh $b \times d = 6 \times 11 = 66$.

Karena hasil kali data kedua dan keempat pada kemungkinan pertama adalah 33 dan di kemungkinan kedua adalah 66, maka yang paling besar adalah 66.

Jawaban (E) 66.

10. Jika,

$$f\left(\frac{3}{2x-3}\right) = \frac{2x+3}{x+4}$$

maka nilai $f^{-1}(1)$ adalah ...

Misalkan $f^{-1}(1) = p$ maka $f(p) = 1$. Sehingga tentukan nilai x terlebih dahulu agar $f(p) = 1$ baru kemudian tentukan nilai dari p .

$$f(p) = f\left(\frac{3}{2x-3}\right) = \frac{2x+3}{x+4} = 1$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \quad & \frac{2x+3}{x+4} = 1 \\ \Leftrightarrow \quad & 2x+3 = x+4 \\ \Leftrightarrow \quad & x = 1 \end{aligned}$$

Selanjutnya tentukan nilai dari p .

$$p = \frac{3}{2x-3} = \frac{3}{2 \cdot 1 - 3} = \frac{3}{-1} = -3$$

Jawaban (A) -3 .

11. Jika $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & a \\ -1 & b \\ 2 & c \end{bmatrix}$, dan determinan matriks AB adalah 7,

maka nilai $2a - 3c$ adalah ...

Pertama, tentukan AB terlebih dahulu.

$$\begin{aligned} AB &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & a \\ -1 & b \\ 2 & c \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 \cdot 3 + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 & 1 \cdot a + 2 \cdot b + 3 \cdot c \\ 2 \cdot 3 + 0 \cdot (-1) + (-3) \cdot 2 & 2 \cdot a + 0 \cdot b + (-3) \cdot c \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 7 & a + 2b + 3c \\ 0 & 2a - 3c \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Diketahui determinan AB adalah 7, maka

$$\begin{aligned} \det(AB) &= 7 \\ \Leftrightarrow \quad 7(2a - 3c) - 0(a + 2b + 3c) &= 7 \\ \Leftrightarrow \quad 7(2a - 3c) &= 7 \\ \Leftrightarrow \quad 2a - 3c &= \frac{7}{7} = 1 \end{aligned}$$

Jawaban (D) 1.

12. Diketahui a , b , dan c berturut-turut adalah suku ke-2, ke-3, dan ke-4 suatu barisan geometri dengan $b > 0$. Jika,

$$\frac{ac}{2b+3} = 1$$

maka nilai b adalah ...

Karena a , b , dan c berturut-turut adalah suku ke-2, ke-3, dan ke-4 suatu barisan geometri, maka

$$a = \frac{b}{r}$$

$c = br$
Sehingga,

$$\begin{aligned} \frac{\frac{b}{r} \cdot br}{2b+3} &= 1 \\ \Leftrightarrow \frac{b^2}{2b+3} &= 1 \\ \Leftrightarrow b^2 &= 2b+3 \\ \Leftrightarrow b^2 - 2b - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow (b-3)(b+1) &= 0 \end{aligned}$$

Sehingga $b = 3$ atau $b = -1$. Karena $b > 0$ maka nilai b yang memenuhi adalah $b = 3$.

Jawaban (D) 3.

13. Diketahui deret geometri tak hingga $u_1 + u_2 + u_3 + \dots$. Jika rasio deret tersebut adalah r dengan $-1 < r < 1$, $u_1 + u_3 + u_5 + \dots = 8$, dan $u_1 + u_3 = 6$ maka nilai $\frac{1}{r^2}$ adalah ...

Karena $u_1 + u_3 = 6$, maka

$$\begin{aligned} u_1 + u_3 &= 6 \\ \Leftrightarrow u_1 + u_1 r^2 &= 6 \\ \Leftrightarrow u_1(1 + r^2) &= 6 \\ \Leftrightarrow u_1 &= \frac{6}{1 + r^2} \quad \dots(1) \end{aligned}$$

Dari persamaan $u_1 + u_3 + u_5 + \dots = 8$ dan persamaan (1) menghasilkan

$$\begin{aligned} \frac{u_1}{1 - r^2} &= 8 \\ \Leftrightarrow \frac{6}{(1 + r^2)(1 - r^2)} &= 8 \\ \Leftrightarrow \frac{6}{1 - r^4} &= 8 \\ \Leftrightarrow 6 &= 8 - 8r^4 \\ \Leftrightarrow 8r^4 &= 2 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow r^4 = \frac{2}{8}$$

$$\Leftrightarrow r^2 = \frac{1}{2}$$

Sehingga,

$$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{1/2} = 2$$

Jawaban (C) 2.

14. Parabola $y = x^2 - (k + 3)x + 2k$ memotong sumbu-Y di $(0, c)$ dan memotong sumbu-X di $(a, 0)$ dan $(b, 0)$. Jika $2a + 1$, $2c$, dan $a + 3b$ membentuk barisan aritmetika, maka nilai k adalah ...

Tentukan nilai a , b , dan c terlebih dahulu dalam variabel k .

$$a = \frac{k + 3 - \sqrt{(k + 3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2k}}{2 \cdot 1} = \frac{k + 3 - \sqrt{k^2 - 2k + 9}}{2}$$

$$b = \frac{k + 3 + \sqrt{(k + 3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2k}}{2 \cdot 1} = \frac{k + 3 + \sqrt{k^2 - 2k + 9}}{2}$$

$$c = f(0) = 0^2 - (k + 3) \cdot 0 + 2k = 2k$$

Selanjutnya tentukan nilai dari Jika $2a + 1$, $2c$, dan $a + 3b$.

$$2a + 1 = 2 \left(\frac{k + 3 - \sqrt{k^2 - 2k + 9}}{2} \right) + 1 = k + 4 - \sqrt{k^2 - 2k + 9}$$

$$2c = 2 \cdot 2k = 4k$$

$$a + 3b = \frac{k + 3 - \sqrt{k^2 - 2k + 9}}{2} + 3 \left(\frac{k + 3 + \sqrt{k^2 - 2k + 9}}{2} \right)$$

$$= \frac{4k + 12 + 2\sqrt{k^2 - 2k + 9}}{2} = 2k + 6 + \sqrt{k^2 - 2k + 9}$$

Selanjutnya tentukan nilai dari k .

$$2c - (2a + 1) = (a + 3b) - 2c$$

$$\Leftrightarrow 4k - (k + 4 - \sqrt{k^2 - 2k + 9}) = 2k + 6 + \sqrt{k^2 - 2k + 9} - 4k$$

$$\Leftrightarrow 3k - 4 + \sqrt{k^2 - 2k + 9} = -2k + 6 + \sqrt{k^2 - 2k + 9}$$

$$\Leftrightarrow 3k + 2k = 6 + 4$$

$$\Leftrightarrow 5k = 10$$

⇔

$$k = \frac{10}{5} = 2$$

Jawaban (A) 2.

15. Kode kupon hadiah untuk belanja pada suatu toko swalayan berbentuk bilangan yang disusun dari angka 2, 3, 3, 5, 8. Jika kupon-kupon tersebut disusun berdasarkan kodenya mulai dari yang terkecil sampai yang terbesar, maka kupon dengan kode 53283 berada pada urutan ke- ...

Untuk menentukan urutan kupon 53283, sebaiknya dihitung dari yang terbesar. Sebelum itu, tentukan semua kemungkinannya.

$$\frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 60$$

Diperoleh semua kemungkinannya adalah 60. Selanjutnya tentukan banyaknya kupon yang di atas kupon dengan bilangan 53283. Kupon di atas 53283 dapat digolongkan sebagai berikut.

- a. Kupon dengan bilangan 8xxxx, dengan banyaknya kemungkinan

$$\frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!} = 12$$

- b. Kupon dengan bilangan 58xxx, dengan banyaknya kemungkinan

$$\frac{3!}{2!} = \frac{3 \times 2!}{2!} = 3$$

- c. Kupon dengan bilangan 538xx, dengan banyaknya kemungkinan

$$P_2^2 = 2! = 2$$

- d. Kupon dengan bilangan 533xx, dengan banyaknya kemungkinan

$$P_2^2 = 2! = 2$$

Sehingga kemungkinan totalnya, $12 + 3 + 2 + 2 = 19$. Jadi, kupon dengan bilangan 53283 berada di urutan $60 - 19 = 41$.

Jawaban (D) 41.

Semoga bermanfaat, [yos3prens](#)