

Soal dan Pembahasan Matematika Dasar

Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN)

Tahun 2013 (Kode 323)

Tanggal 18 Juni 2013

1. Jika $4^{m+1} + 4^m = 15$ maka $8^m = \dots$

- (A) $3\sqrt{3}$
- (B) $2\sqrt{3}$
- (C) $\sqrt{3}$
- (D) 3
- (E) 6

Jawab:

Perpangkatan dan Akar

$$8^m = (2^3)^m = (2^m)^3 \quad \dots\dots(1)$$

$$4^{m+1} + 4^m = 15$$

$$4^m \cdot 4 + 4^m = 15$$

$$4^m (4 + 1) = 15$$

$$5 \cdot 4^m = 15$$

$$4^m = \frac{15}{5} = 3$$

$$(2^2)^m = (2^m)^2 = 3 \rightarrow$$

rumus : $a^n = b \Leftrightarrow a = \sqrt[n]{b}$

Maka $2^m = \sqrt[2]{3} = \sqrt{3} \quad \dots\dots(2)$

masukkan (2) ke (1) :

$$8^m = (2^m)^3 = (\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}$$

Jawabannya adalah A

2. Jika $\frac{{}^3\log x}{{}^3\log w} = 2$ dan ${}^{xy}\log w = \frac{2}{5}$, maka nilai

$\frac{{}^2\log w}{{}^2\log y}$ adalah

- (A) 8
- (B) 6
- (C) 4
- (D) 2
- (E) 1

Jawab :

Logaritma

$$\frac{{}^2\log w}{{}^2\log y} = y_{\log w} \rightarrow \text{yang akan dicari}$$

$$\frac{{}^3\log x}{{}^3\log w} = w_{\log x} = 2$$

$$xy_{\log w} = \frac{2}{5} \rightarrow w_{\log xy} = \frac{1}{2/5} = \frac{5}{2}$$

$$w_{\log xy} = w_{\log x} + w_{\log y}$$

$$\frac{5}{2} = 2 + w_{\log y}$$

$$w_{\log y} = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

Maka

$$y_{\log w} = \frac{1}{1/2} = 2$$

Jawabannya adalah D

3. Jika selisih akar-akar $x^2 + 2cx + (19+c) = 0$ adalah 2, maka nilai $30+c-c^2$ adalah
- (A) -20
 (B) -10
 (C) 0
 (D) 10
 (E) 20

Jawab :

Persamaan kuadrat

$$\text{Rumus : } x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{D}}{a}$$

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$a = 1 ; b = 2c ; c = 19 + c$$

$$x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{(2c)^2 - 4 \cdot (19+c)}}{1} = 2$$

$$\sqrt{4c^2 - 76 - 4c} = 2$$

(kiri dan kanan dikuadratkan)

$$4c^2 - 76 - 4c = 4$$

$$c^2 - 19 - c = 1$$

$$c^2 - c = 19 + 1 = 20$$

$$-(c^2 - c) = -20$$

$$c - c^2 = -20$$

maka :

$$30 + c - c^2 = 30 - 20 = 10$$

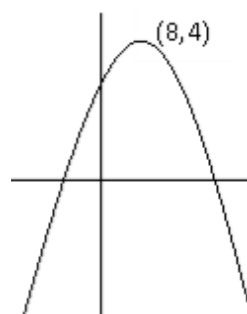
Jawabannya adalah D

4. Jika grafik fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ mempunyai titik puncak (8,4) dan memotong sumbu-X negatif, maka
- (A) $a > 0, b > 0$, dan $c > 0$
 (B) $a < 0, b < 0$, dan $c > 0$
 (C) $a < 0, b > 0$, dan $c < 0$
 (D) $a > 0, b > 0$, dan $c < 0$
 (E) $a < 0, b > 0$, dan $c > 0$

Jawab :

Fungsi Kuadrat

- (1) titik puncak (8,4) → maka grafik terbuka ke bawah, maka : $a < 0$ (1)



- (2) perkalian akar : $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
 → mempunyai akar negatif dan positif

$$x_1 \cdot x_2 = - \cdot + = - = \frac{c}{-}$$

agar hasil (-) maka $c > 0$ (2)

- (3) Titik Puncak : $x = -\frac{b}{2a} = 8 = (+)$

karena $a < 0$ agar (+) maka nilai $b > 0$ (3)

Maka didapat nilai-nilai :

$$a < 0 ; b > 0 \text{ dan } c > 0$$

Jawabannya adalah E

5. Ibu mendapat potongan harga sebesar 25% dari total pembelian barang di suatu toko. Toko tersebut membebankan pajak sebesar 10% dari harga total pembelian setelah dipotong. Jika x adalah harga total pembelian, maka ibu harus membayar sebesar

- (A) $(0,1 \times 0,25)x$
- (B) $(0,9 \times 0,25)x$
- (C) $(0,9 \times 0,75)x$
- (D) $(1,1 \times 0,25)x$
- (E) $(1,1 \times 0,75)x$

Jawab :

Harga yang harus dibayar setelah mendapat diskon 25 % = 100% - 25 % = 75 % = 0,75

Pajak 10 % = 0,1 . 0,75

x = harga total

maka harga keseluruhan dengan diskon + pajak =

$$(0,1 \cdot 0,75) x + 0,75 x$$

$$= 0,075 x + 0,75 x$$

$$= 0,825 x$$

Jawabannya adalah E

6. Jika $-2 < a < -1$, maka semua nilai x yang

memenuhi pertidaksamaan $\frac{x^2 + 2x - 3a}{x^2 + 4x} \geq 0$

adalah

- (A) $x > -4$
- (B) $x < -2$
- (C) $-4 < x < 0$
- (D) $x < -4$ atau $x > 0$
- (E) $x < -2$ atau $x > 1$

Jawab :

Pertidaksamaan

$-2 < a < -1 \rightarrow$ nilai a = negatif
 pembilang pertidaksamaan :

$$x^2 + 2x - 3a \rightarrow D = 2^2 - 4(-3a) \\ = 4 + 12a$$

kalau dimasukkan nilai a maka $D < 0$
 (definit negatif)

agar pertidaksamaan ≥ 0 , maka penyebut
 pertidaksamaan harus < 0 dan $\neq 0$

$$x^2 + 4x < 0$$

$$x(x + 4) < 0$$

Nilai x pembuat nol :

$$x = 0 \text{ atau } x = -4$$

buat garis bilangan :



Hasilnya yang < 0 adalah

$$-4 < x < 0$$

Jawabannya adalah C

7. Pada tahun 2010 populasi sapi di kota A adalah 1.600 ekor dan di kota B 500 ekor. Setiap bulan terjadi peningkatan pertumbuhan 25 ekor di kota A dan 10 ekor di kota B. Pada saat populasi sapi di kota A tiga kali populasi sapi di kota B, populasi sapi di kota B adalah

- (A) 600 ekor
- (B) 650 ekor
- (C) 700 ekor
- (D) 750 ekor
- (E) 800 ekor

Jawab:
Persamaan Linear

$$A = 3 B$$

$$A = 1600 + 25 x$$
$$B = 500 + 10x$$

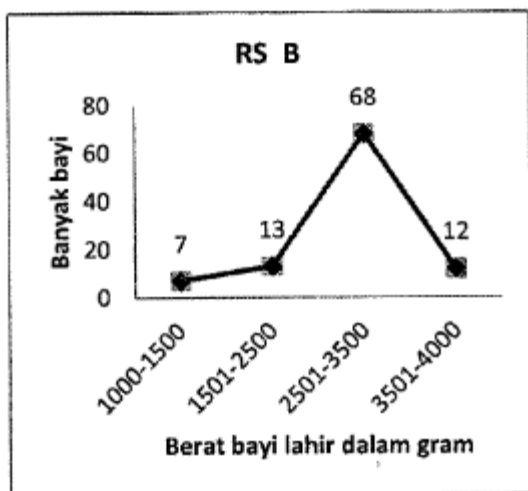
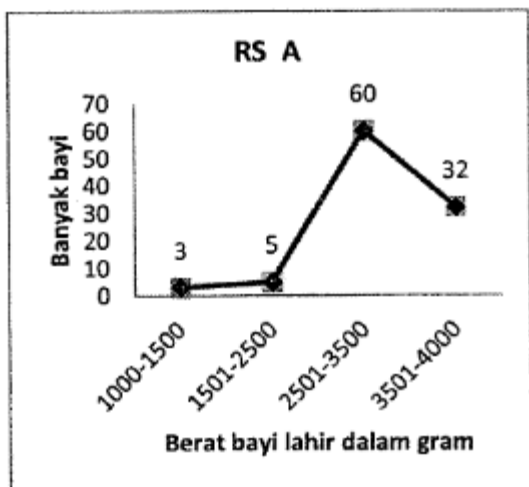
$$1600 + 25x = 3 (500 + 10x)$$
$$1600 + 25 x = 1500 + 30x$$
$$1600 - 1500 = 30x - 25x$$
$$100 = 5x$$
$$x = 20$$

maka :

$$B = 500 + 10 \cdot 20$$
$$= 500 + 200 = 700$$

Jawabannya adalah C

8. Distribusi berat bayi lahir di rumah sakit A dan B dapat dilihat pada diagram berikut.



Berat badan bayi dikatakan normal apabila beratnya saat lahir lebih dari 2500 gram. Banyak bayi normal yang lahir di dua rumah sakit tersebut adalah

- (A) 12
- (B) 32
- (C) 44
- (D) 128
- (E) 172

Jawab :
Statistika

$$RS A = 60 + 32 = 92$$
$$RS B = 68 + 12 = 80$$

$$Total = 92 + 80 = 172$$

Jawabannya adalah E

9. Banyak siswa kelas XI A suatu sekolah adalah m siswa. Mereka mengikuti tes matematika dengan hasil sebagai berikut. Lima siswa memperoleh skor 90, siswa yang lain memperoleh skor minimal 60, dan rata-rata skor semua siswa adalah 70. Nilai m terkecil adalah

- (A) 16
- (B) 15
- (C) 14
- (D) 13
- (E) 12

Jawab :
Statistika

$$70 = \frac{5 \cdot 90 + (m-5)60}{m}$$
$$= \frac{450 + 60m - 300}{m}$$
$$70 m = 150 + 60 m$$
$$70m - 60m = 150$$
$$10m = 150$$
$$m = 15$$

Jawabannya adalah B

10. Jika $f^{-1}\left(\frac{x+5}{x-5}\right) = \frac{8}{x+5}$, maka nilai a

sehingga $f(a) = -4$ adalah

- (A) 2
- (B) 1
- (C) 0
- (D) -1
- (E) -2

Jawab:

Fungsi komposisi dan invers

$$f^{-1}\left(\frac{x+5}{x-5}\right) = \frac{8}{x+5}$$

misal: $y = \frac{x+5}{x-5}$

$$y(x-5) = x + 5$$

$$xy - 5y = x + 5$$

$$xy - x = 5y + 5$$

$$x(y - 1) = 5y + 5$$

$$x = \frac{5y+5}{y-1}$$

$$\begin{aligned} f^{-1}(y) &= \frac{8}{\left(\frac{5y+5}{y-1}\right)+5} \\ &= \frac{8}{\frac{5y+5+5y-5}{y-1}} \\ &= \frac{8(y-1)}{10y} = \frac{4(y-1)}{5y} = \frac{4y-4}{5y} \end{aligned}$$

$$\rightarrow f^{-1}(x) = \frac{4x-4}{5x}$$

mencari $f(x)$:

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$d = -4 ; b = -4 ; c = 5 ; a = 0$$

$$f(x) = \frac{-4}{5x-4} \rightarrow f(a) = \frac{-4}{5a-4} = -4$$

$$-4(5a-4) = -4$$

$$5a-4 = 1$$

$$5a = 5$$

$$a = 1$$

Jawabannya adalah D

11. Jika $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ a & b & c \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, dan

determinan matriks AB adalah 10, maka nilai $2b - a$ adalah

- (A) -2
- (B) -1
- (C) 0
- (D) 1
- (E) 2

Jawab :

Matriks

$$\begin{aligned} AB &= \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ a & b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ a+b-c & a-2b \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Det}(AB) = -5(a-2b) - 0 = 10$$

$$a - 2b = -2 \text{ (kiri dan kanan kalikan dengan -)}$$

$$-(a - 2b) = 2$$

$$2b - a = 2$$

Jawabannya adalah E

12. Misalkan $a, 8, c, d$ merupakan suatu barisan aritmetika dan $a, 8, d$ merupakan barisan geometri, maka nilai $a+c+d$ adalah
- (A) 15 atau 24
 (B) 16 atau 32
 (C) 24 atau 32
 (D) 24 atau 36
 (E) 25 atau 36

Jawab:

Barisan dan Deret

$a, 8, c, d \rightarrow$ barisan aritmetika

$$8 - a = c - 8 = d - c$$

$$8 + 8 = a + c = 16$$

$$\text{sehingga } a + c + d = 16 + d \dots(1)$$

$$d = a + 3 \cdot (8 - a)$$

$$= a + 24 - 3a = 24 - 2a \dots(2)$$

$a, 8, d \rightarrow$ barisan geometri

$$\frac{8}{a} = \frac{d}{8}$$

$$d = 64 \rightarrow d = \frac{64}{a} \dots(3)$$

(2) dan (3)

$$\frac{64}{a} = 24 - 2a$$

$$64 = 24a - 2a^2$$

$$2a^2 - 24a + 64 = 0$$

$$a^2 - 12a + 32 = 0$$

$$(a - 8)(a - 4) = 0$$

$$a = 8 \text{ atau } a = 4$$

$$\text{untuk } a = 8 \rightarrow d = \frac{64}{8} = 8$$

$$\text{untuk } a = 4 \rightarrow d = \frac{64}{4} = 16$$

$$\text{maka: untuk } d = 8 \rightarrow a + c + d = 16 + 8 = 24$$

$$\text{untuk } d = 16 \rightarrow a + c + d = 16 + 16 = 32$$

Jawabannya adalah C

13. Diketahui deret geometri tak hingga

$u_1 + u_2 + u_3 + \dots$. Jika rasio deret tersebut adalah r dengan $-1 < r < 1$,

$$u_1 + u_2 + u_3 + \dots = 3, \text{ dan}$$

$$u_3 + u_4 + u_5 + \dots = 1, \text{ maka nilai } r \text{ adalah } \dots$$

(A) $-\frac{1}{4}$ atau $\frac{1}{4}$

(B) $-\frac{1}{3}$ atau $\frac{1}{3}$

(C) $-\frac{1}{2}$ atau $\frac{1}{2}$

(D) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ atau $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(E) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ atau $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Jawab

Barisan dan Deret

$$u_1 + u_2 + u_3 + \dots = 3$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = 3 \rightarrow 1 - r = \frac{a}{3} \dots(1)$$

$$u_3 + u_4 + u_5 + \dots = 1 \Leftrightarrow ar^2 + u_4 + u_5 + \dots = 1$$

$$\text{maka } S_{\infty} = \frac{ar^2}{1-r} = 1 \dots(2)$$

Substitusi (1) dan (2)

$$\frac{ar^2}{1-r} = 3 \rightarrow ar^2 = 1 - r$$

$$ar^2 = \frac{a}{3}$$

$$r^2 = \frac{1}{3}$$

$$r = \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$r = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ atau } r = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Jawabannya adalah D

14. Parabola $y = x^2 - 2x + 3m - 1$ mempunyai titik puncak (p, q) . Jika $2p$ dan $\frac{q}{4}$ dua suku pertama deret geometri tak hingga yang mempunyai jumlah 4, maka nilai m adalah
- (A) $-\frac{2}{3}$
 (B) $\frac{2}{3}$
 (C) 1
 (D) 2
 (E) 3

Jawab :

Fungsi kuadrat dan Deret

$$\text{Titik puncak : } x = -\frac{b}{2a} ; y = -\frac{D}{4a}$$

$$p = \frac{2}{2} = 1$$

$$q = -\frac{4-4(3m-1)}{4} = -\frac{1-1(3m-1)}{1}$$

$$= -1 + 3m - 1 = 3m - 2$$

$$2p + \frac{q}{4} + \dots = 4$$

$$r = \frac{\frac{q}{4}}{2p} = \frac{q}{8p} = \frac{q}{8} = \frac{3m-2}{8}$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{2p}{1-r} = 4$$

$$\frac{2}{1-\frac{3m-2}{8}} = 4$$

$$\frac{2}{8-3m-2} = 4$$

$$\frac{16}{6-3m} = 4$$

$$16 = 24 - 12m$$

$$12m = 8 \rightarrow m = \frac{2}{3}$$

Jawabannya adalah B

15. Kode hadiah kupon belanja suatu toko swalayan berbentuk bilangan yang disusun dari angka 1, 3, 3, 5, 7. Jika kupon-kupon tersebut disusun berdasarkan kodenya mulai dari yang terkecil sampai dengan yang terbesar, maka kupon dengan kode lebih besar daripada 53000 sebanyak
- (A) 60
 (B) 24
 (C) 21
 (D) 20
 (E) 19

Jawab:

Peluang

Urutan kupon di atas 53000 sbb :

$$7xxxx = \frac{4!}{2!} = 12$$

$$57xxx = \frac{3!}{2!} = 3$$

$$53xxx = 3! = 6$$

$$\text{Totalnya : } 12 + 3 + 6 = 21$$

Jawabannya adalah C