

*Soal-Soal dan Pembahasan Ujian Nasional Matematika
Tahun Pelajaran 2010/2011
Program Studi IPS/Keagamaan*

1. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan $-2x^2+11x-5 \geq 0$ adalah....

- A. $\{ x \mid x \leq -5 \text{ atau } x \geq -\frac{1}{2}, x \in \mathbb{R} \}$ D. $\{ x \mid x \leq -\frac{1}{2} \text{ atau } x \geq 5, x \in \mathbb{R} \}$
 B. $\{ x \mid -5 \leq x \leq -\frac{1}{2}, x \in \mathbb{R} \}$ E. $\{ x \mid \frac{1}{2} \leq x \leq 5, x \in \mathbb{R} \}$
 C. $\{ x \mid -\frac{1}{2} \leq x \leq 5, x \in \mathbb{R} \}$

Jawab:

Persamaan Kuadrat

$$-2x^2+11x-5 \geq 0$$

rumus dasar persamaan kuadrat : $ax^2 + bx + c = 0$

$a = -2$; $b = 11$ dan $c = -5$

buat a dari persamaan menjadi +, maka persamaannya menjadi,

$$2x^2 - 11x + 5 \leq 0$$

didapat $a = 2$; $b = -11$ dan $c = 5$

gunakan rumus abc,

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

masukkan ke dalam rumus abc :

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5}}{2 \cdot 2}$$

$$x_1 = \frac{11 + \sqrt{121 - 40}}{4} = \frac{11 + \sqrt{81}}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

didapat faktor pertama (x-5)

$$x_2 = \frac{11 - \sqrt{81}}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

didapat faktor kedua: $(x - \frac{1}{2}) \Rightarrow x^2 \Rightarrow (2x - 1)$

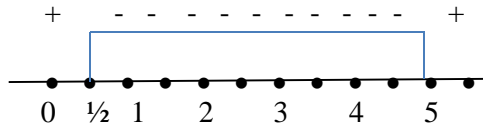
didapat persamaan:

$$(2x - 1)(x - 5) \leq 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ atau } x = 5$$

buat diagram garis:

masukkan angka-angka sesuai dengan nilai pada diagram garis,



Didapat himpunan penyelesaiannya:

$x \geq \frac{1}{2}$ dan $x \leq 5$ atau dapat dituliskan sbb:

$$\{ x \mid \frac{1}{2} \leq x \leq 5, x \in \mathbb{R} \}$$

Jawabannya adalah E

2. Akar-akar persamaan kuadrat $3x^2 - x + 9 = 0$ adalah x_1 dan x_2 , nilai $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \dots$
- A. $-\frac{53}{27}$ B. $-\frac{3}{27}$ C. $\frac{1}{27}$ D. $\frac{3}{27}$ E. $\frac{54}{27}$

Jawab:

Persamaan Kuadrat

$$3x^2 - x + 9 = 0$$

$$a = 3 ; b = -1 \text{ dan } c = 9$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{1}{3} \text{ dan } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1 x_1 + x_2 x_2}{x_1 x_2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2}$$

$$= \frac{(\frac{1}{3})^2 - 2 \cdot 3}{3} = \frac{\frac{1}{9} - 6}{3} = \frac{1 - 54}{9} = -\frac{53}{9} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{53}{27}$$

Jawabannya adalah A

3. Akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 - 13x - 7 = 0$ adalah x_1 dan x_2 , jika $x_2 > x_1$, maka nilai $2x_1 + 3x_2 = \dots$
- A. -12,5 B. -7,5 C. 12,5 D. 20 E. 22

Persamaan Kuadrat:

4. $2x^2 - 13x - 7 = 0$

$$a = 2 ; b = -13 \text{ dan } c = -7$$

gunakan rumus abc,

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

masukkan ke dalam rumus abc :

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7)}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{13 + \sqrt{169 + 56}}{4} = \frac{13 + \sqrt{225}}{4} = \frac{28}{4} = 7$$

dan

$$x = \frac{13 - \sqrt{225}}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

karena $x_2 > x_1$, maka $x_2 = 7$ dan $x_1 = -\frac{1}{2}$

$$2x_1 + 3x_2 = 2 \cdot -\frac{1}{2} + 3 \cdot 7 = -1 + 21 = 20$$

Jawabannya adalah D

4. Koordinat titik potong grafik fungsi kuadrat $y = 3x^2 - x - 2$ dengan sumbu x dan sumbu y adalah

- A. $(-1,0)$, $(\frac{2}{3}, 0)$, dan $(0,2)$ D. $(-\frac{3}{2},0)$, $(-1, 0)$, dan $(0, -1)$
 B. $(-\frac{2}{3},0)$, $(1, 0)$, dan $(0,-2)$ E. $(\frac{3}{2},0)$, $(1, 0)$, dan $(0, 3)$
 C. $(-\frac{3}{2},0)$, $(1, 0)$, dan $(0, -\frac{2}{3})$

Jawab:

Fungsi Kuadrat :

Titik potong dengan sumbu x jika $y = 0$

$$y = 3x^2 - x - 2 \Rightarrow 3x^2 - x - 2$$

langsung faktorisasi:

$$(3x + 2)(x - 1) = 0$$

didapat $x = -\frac{2}{3}$ atau $x = 1$, sehingga koordinatnya $(-\frac{2}{3},0)$ dan $(1, 0)$

Titik potong dengan sumbu y jika $x = 0$

$$y = 3 \cdot 0 - 0 - 2 = -2, \text{ sehingga koordinatnya } (0, -2)$$

Jawabannya adalah B

5. Persamaan sumbu simetri grafik fungsi kuadrat $y = 5x^2 + 20x + 1$ adalah

- A. $x = 4$ B. $x = 2$ C. $x = -2$ D. $x = -3$ E. $x = -4$

Jawab:

Fungsi Kuadrat:

$$y = 5x^2 - 20x + 1$$

$$a = 5 ; b = -20 \text{ dan } c = 1$$

$$\text{Sumbu simetri } x \text{ adalah nilai } x \text{ di puncak yaitu } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-20}{2 \cdot 5} = \frac{20}{10} = 2$$

Jawabannya adalah B

6. Nilai dari ${}^9 \log 25 \cdot {}^5 \log 2 - {}^3 \log 54 = \dots$

- A. -3 B. -1 C. 0 D. 2 E. 3

Jawab:

Logaritma

$$\begin{aligned} {}^9 \log 25 \cdot {}^5 \log 2 - {}^3 \log 54 &= {}^9 \log 5^2 \cdot {}^5 \log 2 - {}^3 \log 54 \\ &= 2 \cdot {}^9 \log 5 \cdot {}^5 \log 2 - {}^3 \log 54 \\ &= 2 \cdot {}^9 \log 2 - {}^3 \log 54 \\ &= 2 \cdot {}^{3^2} \log 2 - {}^3 \log 54 \\ &= \frac{2}{2} \cdot {}^3 \log 2 - {}^3 \log 54 \\ &= {}^3 \log 2 - {}^3 \log 54 = {}^3 \log \frac{2}{54} = {}^3 \log \frac{1}{27} = {}^3 \log \frac{1}{3^3} = {}^3 \log 3^{-3} \\ &= -3 \cdot {}^3 \log 3 = -3 \cdot 1 = -3 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah A

7. Bentuk sederhana dari $\left(\frac{2a^5 b^{-5}}{32 a^9 b^{-1}}\right)^{-1}$ adalah....

- A. $(2ab)^4$ C. $2ab$ E. $(2ab)^{-4}$
 B. $(2ab)^2$ D. $(2ab)^{-1}$

Jawab:

Eksponen dan bentuk akar

$$\left(\frac{2a^5 b^{-5}}{32 a^9 b^{-1}}\right)^{-1} = \frac{2^{-1} a^{-5} b^5}{32^{-1} a^{-9} b^1} = \frac{32 a^9 b^5}{2 a^5 b^1} = 16 a^4 b^4 = (2ab)^4$$

Jawabannya adalah A

8. Bentuk sederhana dari $(5\sqrt{3} + 7\sqrt{2})(6\sqrt{3} - 4\sqrt{2})$ adalah

- A. $22 - 24\sqrt{3}$ C. $22 + 34\sqrt{6}$ E. $146 + 22\sqrt{6}$
 B. $34 - 22\sqrt{3}$ D. $34 + 22\sqrt{6}$

Jawab:

Eksponen dan bentuk akar

$$(5\sqrt{3} + 7\sqrt{2})(6\sqrt{3} - 4\sqrt{2})$$

$$\begin{aligned}
 &= 5\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3} - 7\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} - 5\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{2} + 7\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{3} \\
 &= 30 \cdot 3 - 28 \cdot 2 - 20\sqrt{6} + 42\sqrt{6} \\
 &= 90 - 56 + 22\sqrt{6} = 34 + 22\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah D

9. Nilai maksimum $f(x,y) = 5x + 4y$ yang memenuhi pertidaksamaan $x + y \leq 8$, $x + 2y \leq 12$, $x \geq 0$ dan $y \geq 0$ adalah...

- A. 24 B. 32 C. 36 D. 40 E. 60

Jawab:

Program Linear

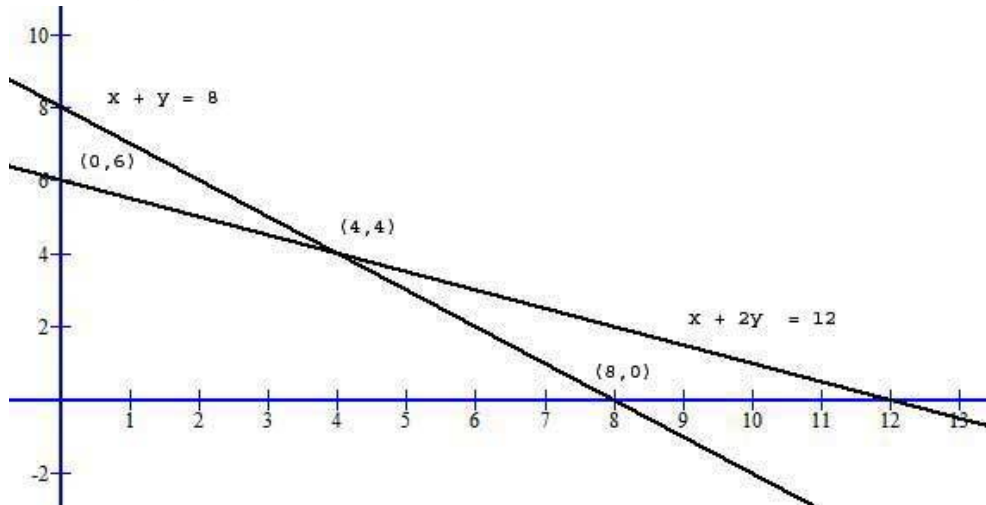
$$\begin{aligned}
 x + y &= 8 \\
 x + 2y &= 12
 \end{aligned}$$

Titik potongnya :

$$\begin{aligned}
 x + y &= 8 \\
 x + 2y &= 12 \quad -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -y &= -4 \\
 y &= 4 \rightarrow x = 8 - y = 8 - 4 = 4
 \end{aligned}$$

Titik potongnya (4,4)



didapat 3 titik uji yaitu (0,6) ; (4,4) dan (8,0)

x	y	$f(x,y) = 5x + 4y$
0	6	24
4	4	36
8	0	40

nilai maksimumnya adalah 40

Jawabannya adalah D

10. Nilai x yang memenuhi persamaan

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 10 \\ \frac{5}{x} - \frac{3}{y} = 26 \end{cases} \text{ adalah}$$

A. $-\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{7}$

E. $\frac{3}{4}$

B. $-\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{2}$

Jawab:

Program Linear:

Substitusikan dengan menghilangkan y(karena x yang dicari)

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 10 \quad \times 3 &\Rightarrow \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = 30 \\ \frac{5}{x} - \frac{3}{y} = 26 \quad \times 1 &\Rightarrow \frac{5}{x} - \frac{3}{y} = 26 \quad + \end{aligned}$$

$$\frac{8}{x} = 56 \rightarrow x = \frac{8}{56} = \frac{1}{7}$$

Jawabannya adalah C

11. Diketahui $f(x) = -\frac{2-3x}{2}$, jika f^{-1} adalah invers dari f, maka $f^{-1}(x) = \dots$

A. $\frac{2}{3}(1+x)$

D. $-\frac{3}{2}(x-1)$

B. $\frac{2}{3}(1-x)$

E. $-\frac{2}{3}(x+1)$

C. $\frac{3}{2}(1+x)$

Jawab:

Fungsi Komposisi dan Fungsi Invers

asumsikan $f(x) = y$

$$y = -\frac{2-3x}{2}$$

$$\Leftrightarrow -2y = 2 - 3x$$

$$\Leftrightarrow 3x = 2 + 2y$$

$$\Leftrightarrow 3x = 2(1+y)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{3}(1+y)$$

maka $f^{-1}(x) = \frac{2}{3}(1+x)$

Jawabannya adalah A

12. Persamaan grafik fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di titik (1,0) dan (3,0) serta melalui titik (-1, -16) adalah.....

- A. $y = 2x^2 - 8x + 6$ D. $y = -2x^2 + 8x - 6$
 B. $y = x^2 + 4x - 21$ E. $y = -2x^2 + 4x - 10$
 C. $y = x^2 + 4x - 5$

Jawab:

Persamaan dan Fungsi Kuadrat

Jika diketahui titik potong dengan sumbu x ($y = 0$)

yakni $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$ maka Persamaan grafik fungsi kuadratnya:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow y = a(x - 1)(x - 3)$$

$$y = a(x^2 - 4x + 3)$$

$$y = ax^2 - 4ax + 3a$$

melalui titik $(-1, -16) \Rightarrow x = -1$ dan $y = -16$

$$y = ax^2 - 4ax + 3a \Rightarrow -16 = a(-1)^2 - 4a(-1) + 3a$$

$$-16 = a + 4a + 3a$$

$$-16 = 8a$$

$$a = -2$$

Sehingga Persamaan grafik fungsi kuadratnya :

$$y = -2x^2 - 4(-2)x + 3(-2) = -2x^2 + 8x - 6$$

Jawabannya adalah D

13. Nilai kebenaran pernyataan majemuk $(\sim p \Rightarrow q) \vee \sim q$ pada tabel berikut adalah....

p	q	$(\sim p \Rightarrow q) \vee \sim q$
B	B	...
B	S	...
S	B	...
S	S	...

- A. SBSB C. BSBB E. BBSS
 B. BBBS D. BBBB

Jawab:

Logika Matematika

buat tabel jawabannya:

p	~p	q	~q	~p ⇒ q	(~p ⇒ q) ∨ ~q
B	S	B	S	B	B
B	S	S	B	B	B
S	B	B	S	B	B
S	B	S	B	S	B

ket : ~ = ingkaran
⇒ = implikasi
∨ = disjungsi

Jawabannya adalah D

14. Diketahui premis-premis :

- (1) Jika semua warga negara membayar pajak, maka banyak fasilitas umum dapat dibangun
- (2) Tidak banyak fasilitas umum dapat dibangun

Kesimpulan yang sah dari kedua premis di atas adalah...

- A. Semua warga negara tidak membayar pajak
- B. Ada warga negara tidak membayar pajak
- C. Semua warga negara membayar pajak
- D. Semua warga negara membayar pajak dan tidak banyak fasilitas umum dapat dibangun
- E. Semua warga negara tidak membayar pajak atau banyak fasilitas umum dapat dibangun

Jawab:

Logika Matematika

misal p = semua warga negara membayar pajak
q = banyak fasilitas umum dapat dibangun
~q = tidak banyak fasilitas umum dapat dibangun

merupakan penarikan kesimpulan:

$p \Rightarrow q$

$\sim q$

∴ $\sim p \rightarrow$ modus Tollens

$\sim p$ = ada warga tidak membayar pajak

Jawabannya adalah B

15. Ingkaran dari pernyataan : “ 18 habis dibagi 2 atau 9 “ adalah....

- A. 18 tidak habis dibagi 2 dan tidak habis dibagi 9
- B. 18 tidak habis dibagi 2 dan 9
- C. 18 tidak habis dibagi 2 dan habis dibagi 9
- D. 2 dan 9 membagi habis 18
- E. 18 tidak habis dibagi 2 dan 9

Jawab:

Logika Matematika:

misal : 18 habis dibagi 2 = p

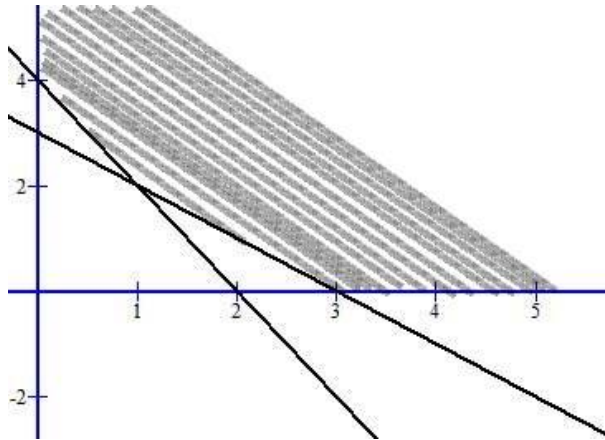
18 habis dibagi 9 = q

18 habis dibagi 2 atau 9 \rightarrow pernyataan logika matematikanya $p \vee q$

ingkarannya : $\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q \rightarrow$ 18 tidak habis dibagi 2 dan tidak habis dibagi 9

Jawabannya adalah A

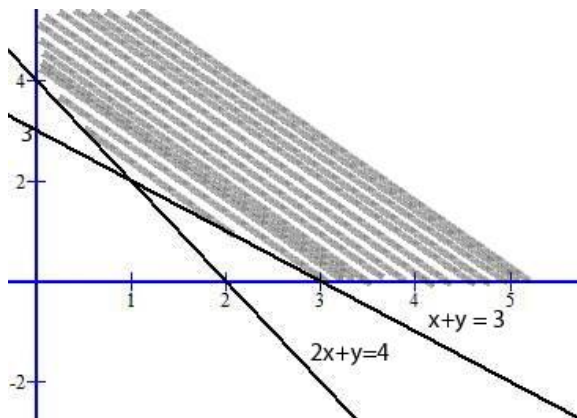
16. Nilai minimum fungsi obyektif $f(x,y) = 3x + 2y$ dari daerah yang diarsir pada gambar adalah...

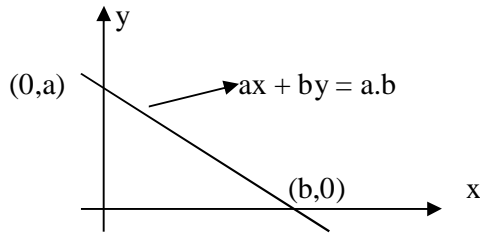


- A. 4
- B. 6
- C. 7
- D. 8
- E. 9

Jawab:

Program Linear





Persamaan garis melalui titik (0,4) dan (2,0) $\rightarrow a=4$ dan $b=2$
 $4x + 2y = 8 \rightarrow 2x + y = 4$

Persamaan garis melalui titik (0,3) dan (3,0) $\rightarrow a=3$ dan $b=3$
 $3x + 3y = 9 \rightarrow x + y = 3$

titik potong kedua persamaan garis:

$$\begin{array}{r} 2x + y = 4 \\ x + y = 3 \quad - \\ \hline x = 1 \end{array} \rightarrow y = 3 - x = 3 - 1 = 2$$

titik potongnya (1,2)

terdapat 3 titik uji coba yaitu: (0,4), (1,2) dan (3,0)

lakukan nilai ke dalam 3 titik tersebut

x	y	$f(x,y) = 3x + 2y$
0	4	8
1	2	7
3	0	9

nilai minimunya adalah 7

Jawabannya adalah C

17. Seorang peternak ikan hias memiliki 20 kolam untuk memelihara ikan koki dan ikan koi. Setiap kolam dapat menampung ikan koki saja sebanyak 24 ekor, atau ikan koi saja sebanyak 36 ekor. Jumlah ikan yang direncanakan akan dipelihara tidak lebih dari 600 ekor. Jika banyak kolam berisi ikan koki adalah x , dan banyak kolam berisi ikan koi adalah y , maka model matematika untuk masalah ini adalah...

- A. $x + y \geq 20$, $3x + 2y \leq 50$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ D. $x + y \leq 20$, $2x + 3y \geq 50$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
 B. $x + y \geq 20$, $2x + 3y \leq 50$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ E. $x + y \leq 20$, $3x + 2y \geq 50$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
 C. $x + y \leq 20$, $2x + 3y \leq 50$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

Jawab:

Persamaan Linear

Misal:

Banyak kolam berisi ikan koki = x

Banyak kolam berisi ikan koi = y

banyak kolam maksimal = 20 \rightarrow persamaannya $x + y \leq 20$

persamaan berikutnya adalah $24x + 36y \leq 600 \rightarrow 2x + 3y \leq 50$

dengan syarat : $x \geq 0, y \geq 0$

Jawabannya adalah C

18. Seorang ibu memproduksi dua jenis keripik pisang, yaitu rasa coklat dan rasa keju. Setiap kilogram keripik rasa coklat membutuhkan modal Rp. 10.000,00, sedangkan keripik rasa keju membutuhkan modal Rp. 15.000,00 per kilogram. Modal yang dimiliki oleh ibu tersebut Rp. 500.000,00. Tiap hari hanya bisa memproduksi paling banyak 40 kg. Keuntungan tiap kg keripik pisang rasa coklat adalah Rp. 2500,00 dan keripik rasa keju Rp. 3000,00 per kg. Keuntungan terbesar yang dapat diperoleh ibu tersebut adalah....

A. Rp. 110.000,00

C. Rp. 99.000,00

E. Rp. 85.000,00

B. Rp. 100.000,00

D. Rp. 89.000,00

Jawab:

Persamaan Linear:

Keripik pisang rasa coklat = x

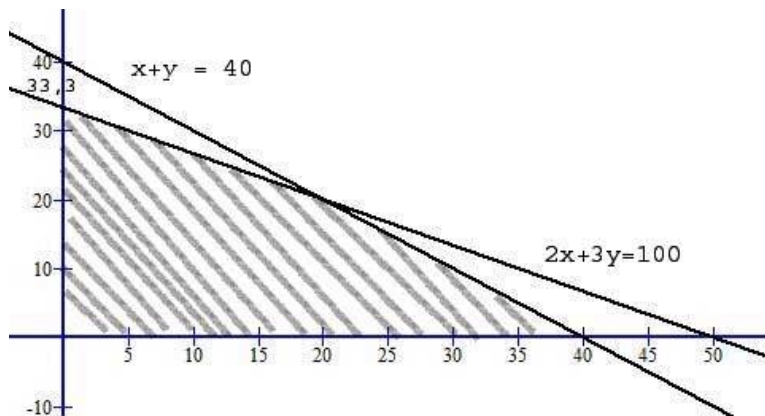
Keripik pisang rasa keju = y

Produksi paling banyak = 40 kg $\rightarrow x + y \leq 40$ (1)

$10.000x + 15.000y \leq 500.000 \rightarrow 2x + 3y \leq 100$ (2)

$f(x,y) = 2500x + 3000y \rightarrow$ keuntungan terbesar ?

buat sket grafiknya:



titik potong (1) dan (2)

$$x + y = 40 \quad \times 2 \Rightarrow 2x + 2y = 80$$

$$2x + 3y = 100 \quad \times 1 \Rightarrow 2x + 3y = 100 \quad -$$

$$-y = -20 \rightarrow y = 20$$

$$x = 40 - y = 20$$

didapat 3 titik uji coba:

(0, 33,3), (20,20) dan (40,0)

$$x \quad y \quad f(x,y) = 2500x + 3000y$$

0	33,3	99.900
20	20	110.000
40	0	100.000

Keuntungan maksimal adalah Rp.110.000

Jawabannya adalah A

19. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ x & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -x & -1 \\ x & y \end{pmatrix}$ dan $C = \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ -9 & 2 \end{pmatrix}$,
Jika $3A - B = C$, maka nilai $x + y = \dots$

- A. -3 B. -2 C. -1 D. 1 E. 3

Jawab:
Matriks

$$\begin{aligned} 3A - B &= C \\ \Rightarrow 3 \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ x & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -x & -1 \\ x & y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ -9 & 2 \end{pmatrix} \\ \Rightarrow \begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 3x & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -x & -1 \\ x & y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ -9 & 2 \end{pmatrix} \\ \Rightarrow \begin{pmatrix} 12 + x & 6 + 1 \\ 3x - x & 3 - y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ -9 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$12 + x = 10 \rightarrow x = 10 - 12 = -2$$

$$3 - y = 2 \rightarrow y = 3 - 2 = 1$$

Sehingga $x + y = -2 + 1 = -1$

Jawabannya adalah C

20. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

Invers matriks AB adalah $(AB)^{-1} = \dots$

- A. $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -2 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -2 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 2 & \frac{1}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 2 & -\frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Jawab:

Matriks:

$$\text{Jika } A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \text{ maka } A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = |A| = ad - bc$$

$$AB = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-5).1 + 3.1 & (-5).(-1) + 3.(-3) \\ (-2).1 + 1.1 & (-2).(-1) + 1.(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = |A| = ad - bc = (-2).(-1) - (-4).(-1) = 2 - 4 = -2$$

$$(AB)^{-1} = \frac{1}{-2} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -2 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

Jawabannya adalah A

21. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ dan $C = \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$,

Nilai determinan dari matriks $(AB - C)$ adalah....

- A. -7 B. -5 C. 2 D. 3 E. 12

Jawab :

Matriks:

$$\begin{aligned} (AB - C) &= \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 9 & 12 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 16 & 11 \\ 18 & 13 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 9 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 1 \\ 9 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\det(A) = |A| = ad - bc = 12.1 - 9.1 = 3$$

Jawabannya adalah D

22. Matriks X yang memenuhi $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 7 & 18 \\ -6 & 21 \end{pmatrix}$ adalah

- A. $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -6 & 9 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} -1 & 9 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & -9 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} -6 & 9 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Jawab:

Matriks:

Jika $A.B = C$ maka

$$A = C \cdot B^{-1} \dots(1)$$

$$B = A^{-1} \cdot C \dots(2)$$

berlaku yang kedua

$$\text{misal } A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \text{ dan } C = \begin{pmatrix} 7 & 18 \\ -6 & 21 \end{pmatrix}$$

$$X = A^{-1} \cdot C$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = |A| = ad - bc = 20 - (-3) \cdot (-1) = 17$$

$$\begin{aligned} X &= A^{-1} \cdot C = \frac{1}{17} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 18 \\ -6 & 21 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{17} \cdot \begin{pmatrix} 35 + (-18) & 18 \cdot 5 + 3 \cdot 21 \\ 7 + (-24) & 18 + 4 \cdot 21 \end{pmatrix} = \frac{1}{17} \begin{pmatrix} 17 & 153 \\ -17 & 102 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -1 & 6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah C

23. Suku ketiga dan suku keenam barisan geometri berturut-turut adalah 18 dan 486. Suku kedelapan barisan tersebut adalah....

A. 4.374 B. 3.768 C. 2.916 D. 1.458 E. 1.384.

Jawab:

Barisan dan Deret Matematika

Barisan geometri:

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_3 = ar^2 = 18$$

$$U_6 = ar^5 = 486$$

$$U_8 = ar^7 = ?$$

$$\frac{U_6}{U_3} = \frac{ar^5}{ar^2} = r^3 = \frac{486}{18} = 27$$

$$r = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$ar^2 = 18 \rightarrow a = \frac{18}{3^2} = \frac{18}{9} = 2$$

didapat $a = 2$ dan $r = 3$

sehingga suku kedelapan $= U_8 = ar^7 = 2 \cdot 3^7 = 2 \cdot 2187 = 4.374$

Jawabannya adalah A

24. Dari suatu barisan aritmetika diketahui suku ke 5 adalah 22 dan suku ke 12 adalah 57. Suku ke 15 barisan ini adalah.....

A. 62 B. 68 C. 72 D. 74 E. 76

Jawab:

Barisan dan Deret Matematika

Barisan Aritmetika

$$U_n = a + (n-1)b$$

$$U_5 = a + 4b = 22 \quad \dots(1)$$

$$U_{12} = a + 11b = 57 \quad \dots(2)$$

$$U_{15} = a + 14b = ?$$

Substitusi (2) dan (1)

$$a + 11b = 57$$

$$a + 4b = 22$$

$$7b = 35 \rightarrow b = 5$$

$$a + 4b = 22 \rightarrow a = 22 - 4b = 22 - 4 \cdot 5 = 22 - 20 = 2$$

$$\text{sehingga } U_{15} = a + 14b = 2 + 14 \cdot 5 = 2 + 70 = 72$$

Jawabannya adalah C

25. Suku kedua deret geometri dengan rasio positif adalah 10 dan suku keenam adalah 160. Jumlah 10 suku pertama deret tersebut adalah

A. 5.215 B. 5.210 C. 5.205 D. 5.120 E. 5.115

Jawab:

Barisan dan Deret Matematika

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_2 = ar = 10$$

$$U_6 = ar^5 = 160$$

$$S_{10} = ..?$$

$$\frac{U_6}{U_2} = \frac{ar^5}{ar} = r^4 = \frac{160}{10} = 16$$

$$r = \sqrt[4]{16} = 2$$

$$ar = 10 \rightarrow a = \frac{10}{2} = 5$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ untuk } r > 1$$

$$S_{10} = \frac{5(2^{10} - 1)}{2 - 1} = 5 \cdot (1024 - 1) = 5 \cdot 1023 = 5.115$$

Jawabannya adalah E

26. Seorang ayah akan membagikan 78 ekor sapi kepada keenam anaknya yang banyaknya setiap bagian mengikuti barisan aritmetika. Anak termuda mendapat bagian paling sedikit, yaitu 3 ekor dan anak tertua mendapat bagian terbanyak. Anak ketiga mendapat bagian sebanyak....

A. 11 ekor B. 15 ekor C. 16 ekor D. 18 ekor E. 19 ekor

Jawab:

Barisan dan Deret Aritmetika

6 Barisan aritmetika:

$$U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6$$

$$U_1 = a = 3$$

$$U_6 = \text{terbanyak}$$

$$U_3 = a + 2b = \dots?$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$$

$$S_6 = \frac{6}{2} (2 \cdot 3 + (6-1)b) = 78$$

$$3(6 + 5b) = 78$$

$$18 + 15b = 78$$

$$15b = 78 - 18$$

$$15b = 60 \rightarrow b = 4$$

$$\text{Sehingga } U_3 = a + 2b = 3 + 2 \cdot 4 = 11$$

Jawabannya adalah A

27. Nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} ((5x-1) - \sqrt{25x^2 + 5x - 7}) = \dots$

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

E. $-\frac{3}{2}$

Jawab:

Limit dan Fungsi:

kalaupun mendapatkan soal seperti ini arahkan ke rumus:

$$\lim_{x \rightarrow \sim} \left(\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{ax^2 + px + q} \right) = \frac{b-p}{2\sqrt{a}}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \sim} \left((5x-1) - \sqrt{25x^2 + 5x - 7} \right) &= \lim_{x \rightarrow \sim} \left(\sqrt{(5x-1)^2} - \sqrt{25x^2 + 5x - 7} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \sim} \left(\sqrt{25x^2 - 10x + 1} - \sqrt{25x^2 + 5x - 7} \right) \end{aligned}$$

$a \rightarrow$ sama, maka memenuhi syarat rumus di atas

didapat nilai $b = -10$; $p = 5$ dan $a = 25$

$$\frac{b-p}{2\sqrt{a}} = \frac{-10-5}{2\sqrt{25}} = \frac{-15}{2.5} = \frac{-15}{10} = -\frac{3}{2}$$

Jawabannya adalah E

28. Nilai $\lim_{x \rightarrow \sim} \frac{3x^2 - 14x + 8}{x^2 - 3x - 4} = \dots$

- A. 4 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. -2 E. -4

Jawab:

Limit dan Fungsi:

karena $x \rightarrow 4$, maka gunakan rumus L'Hospital

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 14x + 8}{x^2 - 3x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{6x - 14}{2x - 3} = \frac{6.4 - 14}{2.4 - 3} = \frac{10}{5} = 2$$

Jawabannya adalah B

29. Diketahui $f(x) = (3x^2 - 5)^4$, jika f' adalah turunan pertama f , maka $f'(x) = \dots$

- A. $4x(3x^2 - 5)^3$ C. $12x(3x^2 - 5)^3$ E. $48x(3x^2 - 5)^3$
B. $6x(3x^2 - 5)^3$ D. $24x(3x^2 - 5)^3$

Jawab:

Differensial

$$y = k [f(x)]^n \rightarrow y' = k \cdot n [f(x)]^{n-1} \cdot [f'(x)]$$

$$f(x) = (3x^2 - 5)^4 \rightarrow f'(x) = 4(3x^2 - 5)^3 \cdot 6x$$

$$= 24x(3x^2 - 5)^3$$

Jawabannya adalah D

30. Grafik fungsi $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 15$ turun dalam interval

- A. $x < -3$ atau $x > 1$ C. $x < -3$ atau $x > -1$ E. $1 < x < 3$
 B. $x < -1$ atau $x > 3$ D. $-1 < x < 3$

Jawab:

Differensial

diketahui $y = f(x)$;

- jika $f'(x) < 0$ maka $f(x)$ turun

- jika $f'(x) > 0$ maka $f(x)$ naik

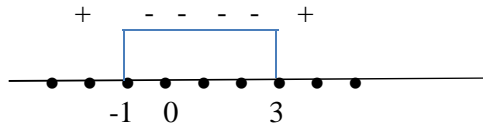
$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 15 \rightarrow$ jika $f'(x) < 0$ maka $f(x)$ turun

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 < 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x + 1) < 0$$

$$x = 3 \text{ atau } x = -1$$



Interval turun adalah $-1 < x < 3$

Jawabannya adalah D

31. Untuk memproduksi suatu barang diperlukan biaya produksi yang dinyatakan dengan fungsi $B(x) = 2x^2 - 180x + 2500$ dalam ribuan rupiah. Agar biaya minimum maka harus diproduksi barang sebanyak.....

- A. 30 B. 45 C. 60 D. 90 E. 135

Jawab:

Differensial

Agar biaya minimum maka $B'(x) = 0$

$$B(x) = 2x^2 - 180x + 2500$$

$$B'(x) = 4x - 180 = 0$$

$$4x = 180$$

$$x = 45$$

Jawabannya adalah B

32. Dari angka 1, 2, 3, 4 dan 7 akan dibentuk bilangan yang terdiri dari tiga angka berbeda. Banyak bilangan berbeda yang dapat dibentuk dengan nilai masing-masing kurang dari 400 adalah....
- A. 12 B. 24 C. 36 D. 48 E. 84

Jawab:
Peluang

$$r_1 \times r_2 \times \dots \times r_n$$

misal urutannya adalah:

$$r_1 \times r_2 \times r_3$$

Nilainya kurang dari 400, maka $r_1 < 4$; ada 3 kemungkinan

$$r_2 \rightarrow 5 - 1 = 4$$

$$r_3 \rightarrow 5 - 2 = 3$$

Sehingga

Banyak bilangan berbeda yang dapat dibentuk dengan nilai < 400

$$r_1 \times r_2 \times r_3 = 3 \times 4 \times 3 = 36$$

Jawabannya adalah C

33. Banyak cara memasang 5 bendera dari negara yang berbeda disusun dalam satu baris adalah
- A. 20 B. 24 C. 69 D. 120 E. 132

Jawab:

Peluang

$$r_1 \times r_2 \times r_3 \times r_4 \times r_5$$

$$r_1 = 5$$

$$r_2 = 5 - 1$$

$$r_3 = 5 - 2$$

$$r_4 = 5 - 3$$

$$r_5 = 5 - 4$$

$$r_1 \times r_2 \times r_3 \times r_4 \times r_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \text{ cara}$$

Jawabannya adalah D

34. Dari 20 kuntum bunga mawar akan diambil 15 kuntum secara acak. Banyak cara pengambilan ada..
 A. 15.504 B. 12.434 C. 93.024 D. 4.896 E. 816

Jawab:

Peluang

merupakan kombinasi karena : bunga 1, bunga2,... = bunga2, bunga1,
 (tidak memperhatikan urutan ada)

$n = 20$ dan $r = 15$

$$C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!} = C_{15}^{20} = \frac{20!}{15!(20-15)!} = \frac{20!}{15!5!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 19 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 16 =$$

Jawabannya adalah A

35. Pada percobaan lembar undi 3 keping uang logam bersama-sama sebanyak 600 kali, frekuensi harapan muncul paling sedikit dua gambar adalah....

- A. 500 B. 400 C. 300 D. 200 E. 100

Jawab:

Peluang

Frekuensi harapan dari kejadian A adalah

$$fH(A) = P(A) \times N$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$p(A)$ = peluang kejadian

$n(A)$ = banyaknya kemungkinan kejadian A

$n(S)$ = banyaknya kemungkinan kejadian sample

$fH(A)$ = frekuensi harapan kejadian A

N = banyaknya percobaan

Peluang Kejadian 3 keping logam:

A= angka ; G = Gambar

	(A,G)	(A,G)	(A,G)
1	A	A	A
2	A	A	G
3	A	G	A
4	A	G	G → minimal 2 gambar (1)
5	G	A	A
6	G	A	G → minimal 2 gambar (2)
7	G	G	A → minimal 2 gambar (3)
8	G	G	G → minimal 2 gambar (4)

banyaknya kemungkinan paling sedikit 2 gambar = $n(A) = 4$
 banyaknya kemungkinan kejadian sample = $n(S) = 8$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$fH(A) = \frac{1}{2} \times 600 = 300$$

Jawabannya adalah C

36. Modus dari data pada tabel distribusi frekuensi berikut adalah...

Panjang Daun (mm)	Frekuensi
10 – 19	6
20 – 29	13
30 – 39	19
40 – 49	15
50 - 59	7

- A. 34,50 B. 35,50 C. 35,75 D. 36,25 E. 36,50

Jawab:
 Statistika

Letak modus data di atas adalah pada kelas ke 3
 (jumlah frekuensi terbesar yaitu 19)

$$M_0 = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c$$

M_0 = modus data berkelompok

L = tepi bawah kelas modus = $30 - 0,5 = 29,5$

c = panjang kelas (tepi atas – tepi bawah kelas modus) = $39,5 - 29,5 = 10$

Δ_1 = selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sebelumnya = $19 - 13 = 6$

Δ_2 = selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sesudahnya = $19 - 15 = 4$

$$M_0 = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c = 29,5 + \left(\frac{6}{6 + 4} \right) \cdot 10 = 29,5 + 6 = 35,5$$

Jawabannya adalah B

37. Simpangan baku data 6, 4, 5, 6, 5, 7, 8, 7 adalah.....

- A. $\frac{1}{4} \sqrt{3}$ B. $\frac{1}{2} \sqrt{3}$ C. $\frac{1}{3} \sqrt{6}$ D. $\frac{1}{2} \sqrt{6}$ E. $2 \sqrt{6}$

Jawab:
Statistika

Simpangan Baku/ Standar Deviasi

Simpangan Baku/ Standar Deviasi

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

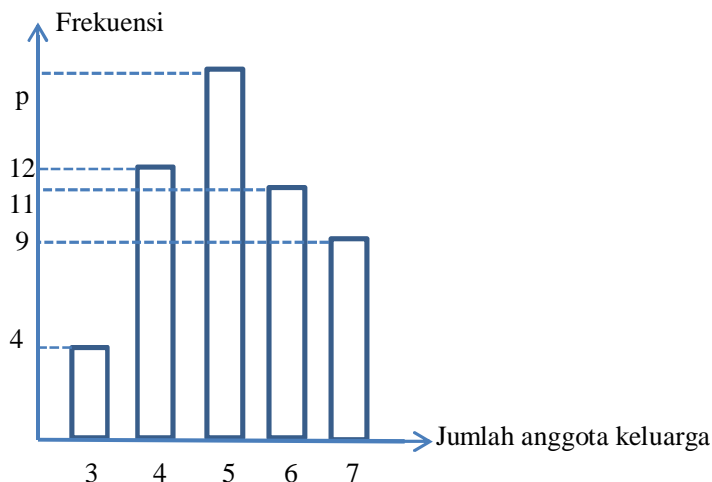
$$\bar{x} = \text{rata-rata} = \frac{6+4+5+6+5+7+8+7}{8} = \frac{48}{8} = 6$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 &= (6-6)^2 + (4-6)^2 + (5-6)^2 + (6-6)^2 + (5-6)^2 + (7-6)^2 + (8-6)^2 + (7-6)^2 \\ &= 0 + 4 + 1 + 0 + 1 + 1 + 4 + 1 \\ &= 12 \end{aligned}$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{8} \cdot 12} = \sqrt{\frac{6}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{6}$$

Jawabannya adalah D

38. Diagram berikut menyatakan jumlah anggota keluarga dari 50 siswa. Banyak siswa yang mempunyai jumlah anggota keluarga 5 orang adalah.....



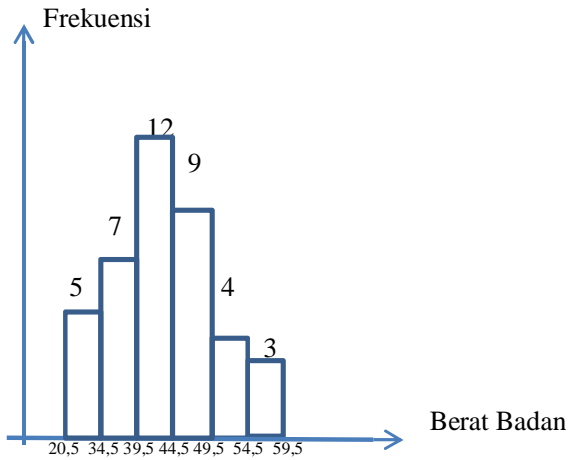
- A. 13 siswa B. 14 siswa C. 15 siswa D. 16 siswa E. 17 siswa

Jawab:
Statistika

$$\begin{aligned} \text{Jumlah Anggota keluarga} &= 50 = 4 + 9 + 11 + 12 + p \\ p &= 50 - 36 = 14 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah B

39. Rata-rata data yang disajikan dengan histogram berikut adalah ..



- A. 41,375 B. 42,150 C. 43,125 D. 43,135 E. 44,250

Jawab:
Statistika

$$\bar{x} = \frac{\sum f \cdot x}{\sum f}$$

Nilai tengah interval 29,5 – 34,5 →

$$29,5 + \left(\frac{34,5 - 29,5}{2} \right) = 29,5 + 2,5 = 32$$

dengan cara yang sama nilai tengah kelas berikutnya

- 34,5 – 39,5 → 37
- 39,5 – 44,5 → 42
- 44,5 – 49,5 → 47
- 49,5 – 54,5 → 52
- 54,5 – 59,5 → 57

$$\bar{x} = \frac{\sum f \cdot x}{\sum f}$$

$$= \frac{5.32 + 7.37 + 12.42 + 9.47 + 4.52 + 3.57}{5 + 7 + 12 + 9 + 4 + 3}$$

$$= \frac{160 + 259 + 504 + 423 + 208 + 171}{40} = \frac{1725}{40} = 43,125$$

Jawabannya adalah C

40. Kotak I berisi 4 bola biru dan 3 bola kuning. Kotak II berisi 2 bola biru dan 5 bola merah. Dari masing-masing kotak diambil sebuah bola secara acak. Peluang terambilnya kedua bola berlainan adalah....

- A. $\frac{6}{49}$ B. $\frac{15}{49}$ C. $\frac{20}{49}$ D. $\frac{21}{49}$ E. $\frac{41}{49}$

Jawab:

Peluang

Kotak I → Biru, Kuning

Kotak II → Biru, Merah

Peluang Kejadian dengan warna bola yang belainan:

1. Kotak I diambil berwarna Biru dan kotak II diambil berwarna Merah → (B,M) = P(A)
2. Kotak I diambil berwarna Kuning dan kotak II diambil berwarna Biru → (K,B) = P(B)
3. Kotak I diambil berwarna Kuning dan kotak II diambil berwarna Merah → (K,M) = P(C)

Kejadiannya adalah saling lepas:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

$$= \frac{4}{7} \frac{5}{7} + \frac{3}{7} \frac{2}{7} + \frac{3}{7} \frac{5}{7} = \frac{20}{49} + \frac{6}{49} + \frac{15}{49} = \frac{41}{49}$$

Jawabannya adalah E