

Kompetensi 1

LOGIKA MATEMATIKA

Ingkaran, Disjungsi, Konjungsi, Implikasi, Biimplikasi :

Tabel Kebenaran :

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
B	B	S	S	B	B	B	B
B	S	S	B	B	S	S	S
S	B	B	S	B	S	B	S
S	S	B	B	S	S	B	B

Keterangan :

- $\sim p$ = ingkaran/negasi dari p
 $\sim q$ = ingkaran/negasi dari q
- $p \vee q$ = Disjungsi
Bernilai Benar jika ada salah satu dari p dan q benar atau kedua-duanya benar)
- $p \wedge q$ = Konjungsi
Bernilai salah jika ada yang salah (jika salah satu dari p dan q salah atau kedua-duanya salah)
- $p \Rightarrow q$ = Implikasi
Bernilai salah jika p benar dan q salah (jika tidak memenuhi kriteria ini nilainya benar)
- $p \Leftrightarrow q$ = Biimplikasi
Bernilai benar jika p dan q kedua-duanya bernilai benar atau kedua-duanya bernilai salah (kedua-duanya mempunyai nilai yang sama)

Ingkaran/negasi :

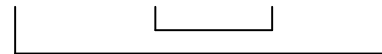
Pernyataan	Ingkaran/Negasinya
$p \Rightarrow q$	$p \wedge \sim q$
$q \Rightarrow p$	$q \wedge \sim p$
$\sim p \Rightarrow \sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
$\sim q \Rightarrow \sim p$	$\sim p \wedge q$

atau:

$$\begin{aligned} \sim(p \vee q) &= \sim p \wedge \sim q \\ \sim(p \wedge q) &= \sim p \vee \sim q \\ \sim(p \Rightarrow q) &= p \wedge \sim q \end{aligned}$$

Konvers, Invers, Kontraposisi :

p	q	$\sim p$ Negasi	$\sim q$ Negasi	$p \Rightarrow q$ Implikasi	$q \Rightarrow p$ Konvers	$\sim p \Rightarrow \sim q$ Invers	$\sim q \Rightarrow \sim p$ Kontraposisi
B	B	S	S	B	B	B	B
B	S	S	B	S	B	B	S
S	B	B	S	B	S	S	B
S	S	B	B	B	B	B	B



Ekuivalen/sama

- Konvers : $q \Rightarrow p$
 Invers : $\sim p \Rightarrow \sim q$
 Kontraposisi : $\sim q \Rightarrow \sim p$
 Ekuivalensi : $p \Rightarrow q = \sim q \Rightarrow \sim p = \sim p \vee q$

Ingkaran/negasi:

Negasi kalimat berkuantor :

- $\sim(\text{semua } p) \Rightarrow \text{ada/beberapa } \sim p$
 $\sim(\text{ada/beberapa } p) \Rightarrow \text{semua } \sim p$

Penarikan Kesimpulan :

- Modus Ponens:
 $p \Rightarrow q$ (Benar)
 p (Benar)

 $\therefore q$ (Benar)

Lihat tabel berikut :

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
B	B	B	B	B
B	S	S	S	S
S	B	B	S	S
S	S	B	S	S

Kesimpulannya adalah $(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$
 (Tautologi)

2. Modus Tollens:

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \text{ (Benar)} \\ \sim q \text{ (Benar)} \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore \sim p \text{ (Benar)}$$

Lihat tabel berikut :

p	q	~p	~q	p ⇒ q	(p ⇒ q) ∧ ~q	[(p ⇒ q) ∧ ~q] ⇒ ~p
B	B	S	S	B	S	S
B	S	S	B	S	S	S
S	B	B	S	B	S	S
S	S	B	B	B	B	B

Kesimpulannya adalah $[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$
(Tautologi)

3. Sillogisme

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \text{ (Benar)} \\ \underline{q \Rightarrow r \text{ (Benar)}} \end{array}$$

$$\therefore p \Rightarrow r \text{ (Benar)}$$

Lihat tabel berikut:

p	q	r	p ⇒ q	q ⇒ r	p ⇒ r
B	B	B	B	B	B
B	B	S	B	S	S
B	S	B	S	B	B
B	S	S	S	B	S
S	B	B	B	B	B
S	B	S	B	S	B
S	S	B	B	B	B
S	S	S	B	B	B

terlihat dari huruf yang berwarna merah bahwa jika $p \Rightarrow q$ Benar dan $q \Rightarrow r$ Benar maka $p \Rightarrow r$ adalah Benar

atau kesimpulannya adalah :

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

(Tautologi)

Contoh Soal :

Soal UN TH 2010 - 2012

UN 2010

1. Diberikan premis sebagai berikut :

Premis 1 : Jika harga BBM naik, maka harga bahan pokok naik.

Premis 2 : Jika harga bahan pokok naik maka semua orang tidak senang.

Ingkaran dari kesimpulan di atas adalah:

- A. Harga BBM tidak naik.
- B. Jika harga bahan pokok naik, maka ada orang tidak senang.
- C. Harga bahan pokok naik atau ada orang tidak senang.
- D. Jika semua orang tidak senang, maka harga BBM naik.
- E. Harga BBM naik dan ada orang senang.

Jawab:

dari soal di atas didapatkan :

p = harga BBM naik

q = harga bahan pokok naik

r = semua orang tidak senang

premis 1 : $p \Rightarrow q$ (jika p maka q)

premis 2 : $q \Rightarrow r$ (jika q maka r) \rightarrow modus silogisme

$\therefore p \Rightarrow r$ (kesimpulan)

ingkaran $(p \Rightarrow r) = \sim(p \Rightarrow r) = p \wedge \sim r$

$p \wedge \sim r$ = Jika Harga BBM naik dan ada orang senang

Jawabannya adalah E

$(\Rightarrow \rightarrow$ maka, $\wedge \rightarrow$ dan, $\vee \rightarrow$ atau);

Ingkaran:

$\sim(\text{semua } p) \Leftrightarrow \text{ada/beberapa } \sim p$

$\sim(\text{ada/beberapa } p) \Leftrightarrow \text{semua } \sim p$

UN 2011

2. Diketahui premis-premis

(1) Jika hari hujan, maka ibu memakai payung

(2) Ibu tidak memakai payung

Penarikan kesimpulan yang sah dari premis-premis tersebut adalah....

- A. Hari tidak hujan
- B. Hari hujan
- C. Ibu memakai payung
- D. Hari hujan dan Ibu memakai payung
- E. Hari tidak hujan dan Ibu memakai payung

Jawab:

p = hari hujan

q = Ibu memakai payung

$\sim q$ = Ibu tidak memakai payung (ingkaran dari q)

penarikan kesimpulan:

$p \Rightarrow q$

$\sim q$

$\therefore \sim p$

modus Tollens

p = hari hujan \rightarrow maka $\sim p$ = hari tidak hujan

Jawabannya adalah A

UN 2012

3. Diketahui premis-premis sebagai berikut:

Premis 1 : Jika hari ini hujan deras, maka Bona tidak keluar rumah.

Premis 2 : Bona keluar rumah.

Kesimpulan yang sah dari premis-premis tersebut adalah

- A. Hari ini hujan deras
- B. Hari ini hujan tidak deras
- C. Hari ini hujan tidak deras atau bona tidak keluar Rumah
- D. Hari ini tidak hujan dan Bona tidak keluar rumah
- E. Hari ini hujan deras atau Bona tidak keluar rumah

Jawab:

p = hari ini hujan deras

q = Bona tidak keluar rumah

$\sim q$ = Bona keluar rumah

$$p \Leftrightarrow q$$

$$\sim q$$

Kesimpulannya adalah $\sim p$ (Hari ini tidak hujan deras)

→ Modus Tollens

Jawabannya B

UN2012

4. Ingkaran pernyataan "Jika semua anggota keluarga pergi, maka semua pintu rumah dikunci rapat" adalah

- A. Jika ada anggota rumah yang tidak pergi maka ada pintu rumah yang tidak dikunci rapat.
- B. Jika ada pintu rumah yang tidak dikunci rapat maka ada anggota keluarga yang tidak pergi.
- C. Jika semua pintu rumah ditutup rapat maka semua anggota keluarga pergi.
- D. Semua anggota keluarga pergi dan ada pintu rumah yang tidak dikunci rapat.
- E. Semua pintu rumah tidak dikunci rapat dan ada anggota keluarga yang tidak pergi.

Jawab

Negasi kalimat berkuantor :

$$\sim(\text{semua } p) \Rightarrow \text{ada/beberapa } \sim p$$

$$\sim(\text{ada/beberapa } p) \Rightarrow \text{semua } \sim p$$

p = semua anggota keluarga pergi, maka

$\sim p$ = ada anggota keluarga yg tidak pergi

q = semua pintu rumah dikunci rapat, maka

$\sim q$ = ada pintu rumah yang tidak dikunci rapat

Jawaban yang cocok adalah A

Soal SNMPTN TH 2010 - 2012

Matematika Dasar SNMPTN 2010

1. Pernyataan yang mempunyai nilai kebenaran sama dengan pernyataan , "Jika bilangan ganjil sama dengan bilangan genap, maka 1 + 2 bilangan ganjil" adalah.....

- A. " Jika bilangan ganjil tidak sama dengan bilangan genap, maka 1 + 2 bilangan genap"
- B. " Bilangan ganjil sama dengan bilangan genap dan 1 + 2 bilangan ganjil"
- C. " Jika 1 + 2 bilangan ganjil, maka bilangan ganjil sama dengan bilangan genap
- D. " Jika bilangan ganjil sama dengan bilangan genap, maka 1 + 2 bilangan genap"
- E. " Bilangan ganjil sama dengan bilangan genap dan 1 + 2 bilangan genap"

Jawab:

p = Jika bilangan ganjil sama dengan bilangan genap → pernyataan Salah

q = 1 + 2 bilangan ganjil → Pernyataan Benar

$$p \Rightarrow q$$

$$S \Rightarrow B \rightarrow \text{hasilnya B}$$

$p \Rightarrow q$ = Implikasi

Bernilai salah jika p benar dan q salah (jika tidak memenuhi kriteria ini nilainya benar)

lihat tabel implikasi (\Rightarrow) :

P	q	$p \Rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Nilai kebenaran yang lain jika :

$B \Rightarrow B \rightarrow$ Jika bilangan ganjil tidak sama dengan bilangan genap maka 1 + 2 bilangan ganjil
(Tidak ada pilihan di atas)

$S \Rightarrow S \rightarrow$ Jika bilangan ganjil sama dengan bilangan genap maka 1 + 2 bilangan genap
(jawaban pilihan D)

Jawabannya adalah D