PERSAMAAN KUADRAT

Bentuk Umum:

$$ax^2 + bx + c = 0 \ ; \ a \neq 0$$

Pengertian:

$x = \alpha$ adalah akar-akar persamaan
$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$

Cara Menyelesaikan Persamaan Kuadrat:

1. Memfaktorkan:

   $ax^2 + bx + c = 0$ diuraikan menjadi

   $(x - x_1)(x - x_2) = 0$ atau diubah menjadi bentuk $\frac{1}{a}(ax + p)(ax + q)$

   dengan $p + q = b$ dan $pq = ac$

   dengan demikian diperoleh
   $x_1 = -\frac{p}{a}$ dan $x_2 = -\frac{q}{a}$

2. Melengkapkan kuadrat sempurna
   (mempunyai akar yang sama)

   $(x \pm p)^2 = x^2 \pm 2p \pm p^2$

3. Menggunakan rumus abc

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Menentukan Jenis Akar-Akar Persamaan Kuadrat

Menggunakan Diskriminan (D)

$$D = b^2 - 4ac$$

1. $D > 0$
   Kedua akar nyata dan berlainan $(x_1 \neq x_2)$

2. $D = 0$
   Mempunyai akar yang sama $(x_1 = x_2)$

3. $D < 0$
   akar tidak nyata

4. $D = k^2$; k^2 = bilangan kuadrat sempurna
   kedua akar rasional

Jumlah dan Hasil Kali Akar-Akar:

$ax^2 + bx + c = 0$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = -\frac{c}{a}$$

Menyusun Persamaan Kuadrat

Rumus Persamaan Kuadrat yang akar-akarnya x_1 dan x_2 adalah:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

BARISAN dan DERET

Bentuk umum notasi sigma:

$$\sum_{i=1}^{n} U_i = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$$

Barisan dan Deret Aritmetika (Deret Hitung):

Suatu barisan $U_1, U_2, U_3, \ldots, U_{n-1}, U_n$ disebut barisan aritmetika jika selisih dua suku sebelum dan sesudahnya tetap, dimana selish tersebut dinamakan beda (b).

$$\begin{aligned} b &= U_2 - U_1 \\ &= U_3 - U_2 = U_n - U_{n-1} \end{aligned}$$

Bentuk umum barisan aritmetika :

$$a, a+b, a+2b, \ldots, a+(n-1)b$$

Bentuk umum deret aritmetika:

$$\mathbf{a + (a+b) + (a+2b) + \ldots + \{a+(n-1)b\}}$$

dimana:

a = suku pertama
b = beda
n = banyak suku

Rumus-rumus :

1. Suku ke n barisan aritmetika (U_n) ditulis sbb:

$$U_n = a + (n-1)\,b$$

2. Jumlah n suku pertama deret aritmetika (S_n) ditulis sbb:

$$\begin{aligned} S_n &= U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n \\ &= \frac{n}{2}(a + U_n) \\ &= \frac{n}{2}(2a + (n-1)\,b) \end{aligned}$$

hubungan U_n dan S_n adalah:

$$U_n = S_n - S_{n-1}$$

3. Jika n ganjil, maka suku tengah barisan aritmetika (U_t) ditulis sbb:

$$U_t = \frac{1}{2}(a + U_n)$$

Barisan dan Deret Geometri (Deret Hitung):

Suatu barisan $U_1, U_2, U_3, \ldots, U_{n-1}, U_n$ disebut barisan geometri jika perbandingan antara dua suku sebelum dan sesudahnya selalu tetap, perbandingan dua suku tersebut disebut pembanding atau rasio (r).

Jadi $r = \dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{U_3}{U_2} = \ldots = \dfrac{U_n}{U_{n-1}}$

Bentuk umum barisan geometri:

$$a, ar, ar^2, ar^3, \ldots, ar^{n-1}, ar^n$$

Bentuk umum deret geometri:

$$a+ar+ar^2+ar^3+\ldots+ar^{n-1}+ar^n$$

a = suku pertama
n = banyaknya suku
r = rasio

Rumus-rumus:

1. Suku ke n barisan geometri (U_n) ditulis sbb:

$$U_n = ar^{n-1}$$

2. Jumlah n suku pertama deret geometri (S_n) ditulis sbb:

$$S_n = \frac{a\,(r^n-1)}{r-1} \text{ untuk } r > 1$$

$$S_n = \frac{a\,(1-r^n)}{1-r} \text{ untuk } r < 1$$

Hubungan U_n dan S_n

$$U_n = S_n - S_{n-1}$$

3. Untuk n ganjil, maka suku tengah barisan geometri (U_t) adalah :

$$U_t = \sqrt{a.U_n}$$

PERTIDAKSAMAAN

Pengertian:

Pertidaksamaan adalah kalimat terbuka dimana ruas kiri dan kanannya dihubungkan dengan tanda pertidaksamaan "$>$" (lebih dari), "$<$" (kurang dari) , "$\geq$" (lebih besar dari dan sama dengan" atau "$\leq$" (lebih kecil dari dan sama dengan).

Sifat-sifat Pertidaksamaan:

1. $a < b \Leftrightarrow b > a$

2. Jika $a > b$ maka :
   a. $a \pm b > b \pm c$
   b. $ac > bc$ apabila $c > 0$
   c. $ac < bc$ apabila $c < 0$
   d. $a^3 > b^3$

3. Jika $a > b$ dan $b > c \Leftrightarrow a > c$
4. Jika $a > b$ dan $c > d \Leftrightarrow a + c > b + d$
5. Jika $a > b > 0$ dan $c > d > 0$
   $\Leftrightarrow ac > bd$

6. Jika $a > b > 0$ maka :

   a. $a^2 > b^2$
   b. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

7. $\frac{a}{b} < 0 \Leftrightarrow ab < 0:\ b \neq 0$

8. $\frac{a}{b} > 0 \Leftrightarrow ab > 0:\ b \neq 0$

Pertidaksamaan Linear :

Dikerjakan dengan menggunakan sifat-sifat pertidaksamaan

Pertidaksamaan Kuadrat:

Langkah-langkah penyelesaiannya:

1. Pindahkan semua suku ke ruas kiri
2. Tentukan pembuat nol ruas kiri
3. Tuliskan nilai-nilai tersebut pada garis bilangan
4. Berikan tanda setiap interval
5. Arsir sesuai dengan tanda pertidaksamaan
6. Interval-interval yang diarsir adalah jawabannya

Pertidaksamaan Pecahan:

Penyelesaiannya dengan langkah persamaan kuadrat dengan syarat penyebut $\neq 0$

Pertidaksamaan Bentuk Akar:

Langkahnya adalah dengan mengkuadratkan kedua ruas agar bentuk akarnya hilang

Pertidaksamaan Harga/Nilai Mutlak:

Pengertian nilai mutlak

$$|x| = \begin{cases} x, \text{ jika } x \geq 0 \\ -x \text{ jika } x < 0 \end{cases}$$

Misal: $|10| = 10$ dan $|-10| = -(-10) = 10$

Sehingga | x | tidak pernah negatif

Penyelesaian pertidaksamaan harga mutlak adalah dengan menggunakan sifat-sifat berikut:

1. $|x| < a \Rightarrow -a < x < a$

2. $|x| > a$; $a > 0 \Rightarrow x < -a$ atau $x > a$

3. $|x| = \sqrt{x^2}$

4. $|x|^2 = x^2$

5. $|x| < |y| \Rightarrow x^2 < y^2$

dengan syarat $x, y, a \in R$ dan $a > 0$

STATISTIKA

DATA TUNGGAL

1. Ukuran Pemusatan :

Terdapat nilai statistika yang dapat dimiliki oleh sekumpulan data yang diperoleh yaitu :

a. Rata-rata

$$\text{Rata-rata} = \frac{jumlah \quad seluruh \quad data}{banyaknya \quad data}$$

Misal $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots, x_n$ adalah sekumpulan data yang telah diurutkan maka:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} \quad \text{atau} \quad \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$\bar{x}$ dibaca **x bar** adalah satuan hitung yang biasa disebut dengan rataan atau mean

b. Median

Nilai tengah yang membagi seluruh data menjadi dua bagian yang sama setelah diurutkan

- Jika n ganjil maka mediannya adalah nilai data ke $\frac{n+1}{2}$ atau median = $x_{\frac{n+1}{2}}$

- Jika n genap maka mediannya adalah rata-rata nilai data

ke $\frac{n}{2}$ dan nilai data ke $\frac{n}{2}+1$ atau

$$\text{median} = \frac{1}{2}\left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}\right)$$

c. Modus

Data yang paling banyak muncul

d. Kuartil

Jika median membagi data menjadi 2 bagian yang sama maka kuartil membagi data menjadi 4 bagian yang sama.

Untuk menentukan kuartil dari suatu data yang telah diurutkan dapat dilakukan dengan membaginya menjadi 4 bagian juga dapat menggunakan rumus : $Q_i = x_{\frac{i(n+1)}{4}}$

dimana : Q_i = kuartil ke-i

n = banyaknya data

c. Rataan Kuartil

$$\text{Rataan Kuartil} = \frac{1}{2}(Q_1 + Q_3)$$

d. Jangkauan Data

Selisih antara nilai data terbesar dengan data yang terkecil

$$J = x_{maks} - x_{min}$$

PERPANGKATAN/EKSPONEN DAN BENTUK AKAR

PERPANGKATAN

Pengertian:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \ldots\ldots \times a}_{\text{n faktor}}$$

Sifat-sifat:

1. $a^m . \; a^n = a^{m+n}$

2. $a^m : \; a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; $a \neq 0$

3. $(a^m)^n = a^{mn}$

4. $(ab)^n = a^n \, . \, b^n$

5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$; $b \neq 0$

6. $a^0 = 1$, $a \neq 0$

7. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $a \neq 0$

8. $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$

Persamaan pangkat:

1. Jika $\boldsymbol{a^{f(x)} = a^{g(x)}} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$
2. Jika $\boldsymbol{a^{f(x)} = a^{p}} \Leftrightarrow f(x) = p$

untuk $a > 0$ dan $a \neq 1$

Pertidaksamaan pangkat :

untuk $a > 1$

1 . Jika $\boldsymbol{a^{f(x)} > a^{g(x)}} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$

2. Jika $\boldsymbol{a^{f(x)} < a^{g(x)}} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$

untuk $0 < a < 1$

1 . Jika $\boldsymbol{a^{f(x)} > a^{g(x)}} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$

2. Jika $\boldsymbol{a^{f(x)} < a^{g(x)}} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$

BENTUK AKAR

Pengertian:

$a^n = b \Leftrightarrow a = \sqrt[n]{b}$

Sifat-sifat:

1. $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

2. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

3. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

4. $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$

5. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \, . \, \sqrt[n]{b}$

6. $\sqrt[mn]{a^m} = a^{m/mn} = a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$

8. a $\sqrt{x}$ ± b $\sqrt{x}$ = (a±b) $\sqrt{x}$

9. a $\sqrt{b}$. c $\sqrt{d}$ = ac $\sqrt{bd}$

10. $\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2} \, . \, \sqrt{b}$ = a $\sqrt{b}$

Catatan : $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$

Merasionalkan Penyebut :

1. $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \, . \, \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a} = \; = \frac{1}{a}\sqrt{a}$

2. $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \, . \, \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

$= \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$

3. $\frac{1}{a-\sqrt{b}} = \frac{1}{a-\sqrt{b}} \, . \, \frac{a+\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}}$

$= \frac{a+\sqrt{b}}{a^2-b}$

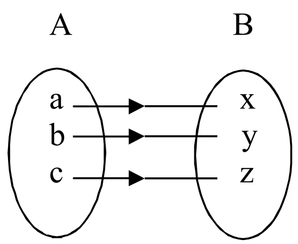
FUNGSI KOMPOSISI DAN FUNGSI INVERS

A. Definisi :

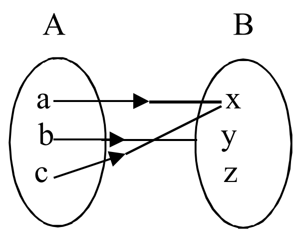
Relasi dari A ke B disebut fungsi apabila setiap elemen himpunan A dipasangkan hanya satu kali pada elemen himpunan B

y= f(x) ; artinya y merupakan fungsi x

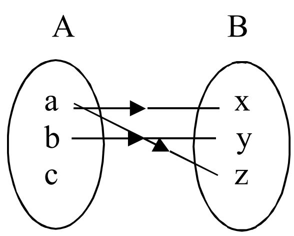
A = daerah asal (Domain)
B = daerah jelajah (Kodomain)



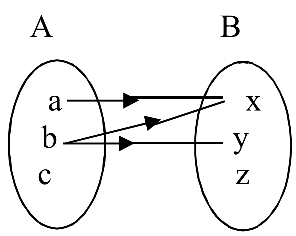
Fungsi



Fungsi

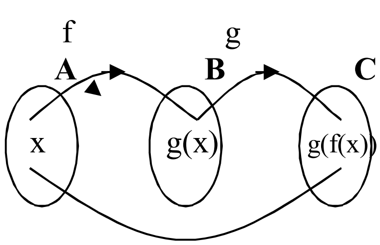


Bukan Fungsi



Bukan Fungsi

B. Komposisi Fungsi :



g o f

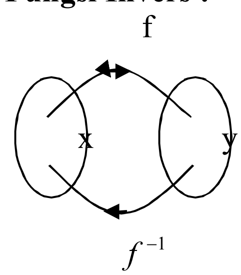
Jika fungsi f: A → B dilanjutkan fungsi g: B → C maka dapat dinyatakan dengan (g o f) : A → C

Rumus :

(i) (fog)(x) = f(g(x))

(ii) (gof)(x) = g(f(x))

C. Fungsi Invers :



$$f(x) = y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$$

Catatan:

Jika y = f(x) dan x = g(y), maka g merupakan invers dari f dan f invers dari g.
Invers dari f(x) ditulis $f^{-1}(x)$

D**. Rumus-rumus tambahan :**

1. $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$
2. $(f \,.\, g)(x) = f(x) \,.\, g(x)$
3. $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, dengan $g(x) \neq 0$
4. $f^n(x) = \{f(x)\}^n$
5. $f(x) = ax^n + b$

   $\rightarrow f^{-1}(x) = \left(\frac{x-b}{a}\right)^{\frac{1}{n}}$

6. $f(x) = \sqrt[n]{ax+b} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^n - b}{a}$

7. $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{dx+b}{cx-a}$

   ; $x \neq \frac{a}{c}$

SISTEM PERSAMAAN LINEAR

Persamaan Linear:

1.Persamaan linear satu variabel :

$$ax + b = 0 \text{ dengan } a \neq 0$$

2. Persamaan linear dua variabel

$$ax + by = c \text{ dengan } a \text{ dan } b \neq 0$$

Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

$$a_1x + b_1y = c_1$$
$$a_2x + b_2y = c_2$$

$$\text{dengan } a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in R$$

Penyelesaian SPLDV dapat dilakukan dengan:

1. Metoda Grafik
   a. Menggambar grafik dengan metoda titik potong sumbu
   b. Bila kedua garis berpotongan pada satu titik didapat sebuah anggota yaitu (x,y)
   c. Bila kedua garis sejajar (tidak berpotongan maka) maka tidak didapat angota himpunan penyelesaian
   d. Bila kedua garis berimpit maka didapat himpunan penyelesaian yang tak terhingga

2. Metoda Substitusi
   Menggantikan satu variabel dengan variabel dari persamaan yang lain

3. Metoda Eliminasi
   Menghilangkan salah satu variabel

4. Metoda Eliminasi – Substitusi
   Menggabungkan metoda Eliminasi dan Substitusi

Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV)

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$
$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$
$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

Cara penyelesaian SPLTV lebih mudah dengan menggunakan metoda gabungan (eliminasi dan substitusi)

LOGARITMA

Pengertian:

$a^x = \text{b} \quad \Leftrightarrow \quad \text{x} = {}^{\text{a}}\log b$

Sifat-sifat:

1. ${}^{\text{a}}\log a^x = \text{x}\ {}^{\text{a}}\log a = \text{x}$

2. $\log \text{ab} = \log \text{a} + \log \text{b}$

3. ${}^{\text{a}}\log ab = {}^{\text{a}}\log a + {}^{\text{a}}\log b$

4. $\log \frac{a}{b} = \log \text{a} - \log \text{b}$

5. ${}^{\text{a}}\log \frac{a}{b} = {}^{\text{a}}\log a - {}^{\text{a}}\log b$

6. ${}^{\text{a}}\log b = \frac{{}^{x}\log b}{{}^{x}\log a}$; $\text{x} > 0$ dan $\text{x} \neq 1$

7. ${}^{a}\log b^n = \text{n} .\ {}^{a}\log b$

8. $a^{{}^{a}\log b} = \text{b}$

9. ${}^{\text{a}}\log b .\ {}^{\text{b}}\log c = {}^{\text{a}}\log\ c$

10. ${}^{a^n}\log b^k = \frac{k}{n}\ {}^{\text{a}}\log b$

$${}^{a^n}\log b = \frac{1}{n}\ {}^{\text{a}}\log b = {}^{\text{a}}\log b^{\frac{1}{n}}$$

Persamaan :

${}^{\text{a}}\log \text{f(x)} = {}^{\text{a}}\log \text{g(x)}$ maka $\text{f(x)} = \text{g(x)} > 0$

Pertidaksamaan :

${}^{\text{a}}\log \text{f(x)} > {}^{\text{a}}\log \text{g(x)}$

(i) f(x) > g(x) untuk a >1
    f(x) < g(x) untuk 0< a <1
(ii) f(x) >0
(iii) g(x)>0

Himpunan Penyelesaiannya
= (i) ∩ (ii) ∩ (iii)

PELUANG

Prinsip/kaidah perkalian:

Jika posisi /tempat pertama dapat diisi dengan r_1 cara yang berbeda, tempat kedua dengan r_2 cara, dan seterusnya, sehingga langkah ke n ada r_n cara maka banyaknya cara untuk mengisi n tempat yang tersedia adalah :

$$r_1 \text{ x } r_2 \text{ x } \ldots \text{ x } r_n$$

Kaidah Permutasi dan Kombinasi :

1. Permutasi

a. Permutasi dari unsur-unsur yang berbeda

Banyaknya cara untuk menyusun r buah unsur dari n buah unsur yang berbeda dengan urutan diperhatikan

Rumusnya : $P_r^n = {}_nP_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$

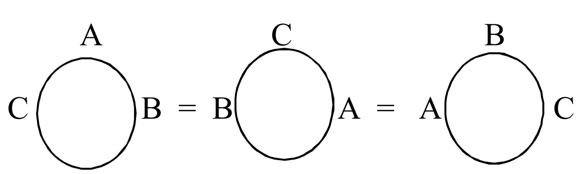
b. Permutasi dengan beberapa unsur yang sama
Banyaknya cara untuk menyusun n buah unsur yang terdiri dari $r_1, r_2, r_3, \ldots, r_n$ unsur yang sama adalah

$$P_{r_1,r_2,r_3}^n = \frac{n!}{r_1!\, r_2! \ldots r_n!}$$

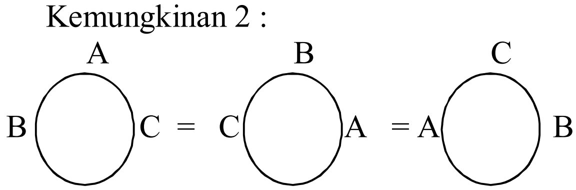
c. Permutasi Siklis

Misal : ada 3 orang (A,B,C) duduk melingkar maka posisinya sbb:

Kemungkinan 1:



Kemungkinan 2 :



Permutasi duduk melingkar seperti ini disebut permutasi siklis, dirumuskan sbb:

$$P_r^n = (n\text{-}1)\ !\ ;$$

n= banyaknya unsur; s = siklis

2. Kombinasi :

Banyaknya kemungkinan dengan tidak memperhatikan urutan ada

Rumusnya : : $C_r^n = {}_nC_r = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$

Peluang suatu kejadian :

Rumus peluang kejadian :

$$\mathrm{P(A)} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

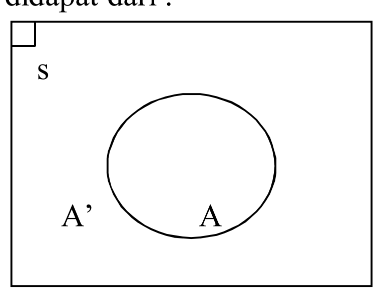
p(A) = peluang kejadian
n(A) = banyaknya kemungkinan kejadian A
n(S) = banyaknya kemungkinan kejadian sample

Hukum-hukum Peluang :

1. **Kejadian saling komplemen**
Jika A' = kejadian bukan A (komplemen A) maka :

P(A') = 1 – P(A)

didapat dari :



Pada diagram Venn :

$$n(A) + n(A') = n(S)$$

bagi masing-masing dengan n(S) menjadi :

$$\frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{n(S)}{n(S)}$$

$$P(A) + P(A') = 1 \text{ maka}$$
$$P(A') = 1 - P(A)$$

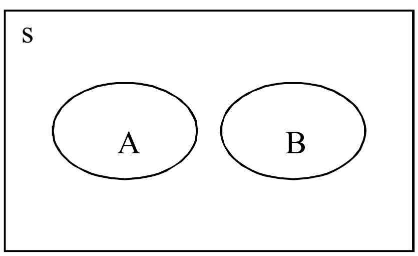
2. **Kejadian Majemuk** :

A. Kejadian saling lepas dan tidak saling lepas

a. Kejadian saling lepas

$A \cap B = \phi$
Kejadian A dan B tidak dapat terjadi secara bersama-sama.

Diagram Venn:



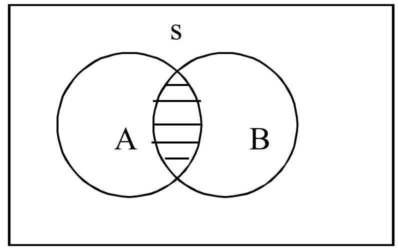
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

munculnya jumlah dadu baerjumlah 5 dan 8 terjadi tidak secara bersamaan, ini ynag disebut dengan kejadian saling lepas.

b. Kejadian tidak saling lepas
$A \cap B \neq \phi$

Kejadian A dan B dapat terjadi secara bersama-sama.

Diagram Venn:



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

3. Kejadian saling bebas dan tidak saling bebas

a . Kejadian saling bebas.
Munculnya kejadian A tidak mempengaruhi peluang terjadinya kejadian B.

Jika A dan B adalah dua kejadian yang saling bebas, maka peluang terjadinya kejadian A dan B adalah :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

b. Kejadian tidak saling bebas (bersyarat)

Kejadian A mempengaruhi peluang kejadian B .

Jika A dan B adalah dua kejadian tidak saling bebas, maka peluang terjadinya kejadian A dan B adalah :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$$

P(B|A) = peluang terjadinya B setelah terjadinya A

Frekuensi Harapan

Frekuensi harapan dari kejadian A adalah

$$fH(A) = P(A) \times N$$

fH(A) = frekuensi harapan kejadian A
P(A) = peluang kejadian A
N = banyaknya pecobaan

MATRIKS

Pengertian:

Matriks adalah susunan bilangan-bilangan yang diatur pada baris dan kolom dan letaknya di antara dua buah kurung.

A. Operasi Matriks :

2 baris dan 2 kolom

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$

Baris $\rightarrow$

$\downarrow$ kolom

disebut matriks berordo 2x2

1. Penjumlahan

$$A + B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+p & b+q \\ c+r & d+s \end{pmatrix}$$

2. Pengurangan

$$A - B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-p & b-q \\ c-r & d-s \end{pmatrix}$$

3. Perkalian

a. Perkalian skalar

$$k \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{pmatrix}$$

b. Perkalian matriks dengan matriks

$$A \,.\, B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} ap+br & aq+bs \\ cp+dr & cq+ds \end{pmatrix}$$

B. Kesamaan dua buah Matriks :

A = B

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} a = p, & b = q \\ c = r, & d = s \end{matrix}$$

C. Determinan Matriks :

1. Matriks ordo 2 x 2

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Maka det(A) = |A| = ad – bc $\rightarrow$ jika det(A) = 0 maka matriks A disebut matriks **singular**

2. Matriks ordo 3 x 3

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$

Maka det(A) = |A| = aei + bfg + cdh – gec – hfa – idb

diagram :

$$\begin{array}{ccccc} & & - & - & - \\ a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \\ & & + & + & + \end{array}$$

arah negatif

arah positif

D. Invers Matriks :

- Jika A.B = I ; $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, maka A dan B dikatakan saling invers

- Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)} \,.\, \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

$$= \frac{1}{ad-bc} \,.\, \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

E. Transpose Matriks :

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka $A^t = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$

A^t didapat dari mengubah kedudukan baris menjadi kolom dari matriks A

F. Persamaan Matriks :

Jika A.B = C maka

1. A = C . B^{-1}
2. B = A^{-1} . C

(urutan huruf diperhatikan !!)

G. Sifat-sifat Operasi Matriks :

1. A + B = B + A (sifat komutatif)

2. A . B ≠ B. A

3. A. (B. C) = (A . B) . C (sifat asosiatif)

4. (A + B) + C = A + (B + C)

5. A + O = O + A ; O = $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

6. A + (-A) = 0

7. A – B = A + (-B)

8. $(A^{-1})^{-1}$ = A

9. $(A^t)^t$ = A

10. $(A.B)^{-1}$ = B^{-1} . A^{-1}

11. $(A.B)^t$ = B^t . A^t

12. A . A^{-1} = I = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

13. A^2 = A . A
A^3 = A . A^2
A^4 = A . A^3
.
.
.
↓
A^n = A. A^{n-1}

Rumus-Rumus Diferensial/Turunan:

1. y = k → y' = 0
2. y = kx^n → y' = k. nx^{n-1}
3. y = sin x → y' = cos x
4. y = cos x → y' = - sin x
5. y = u ± v → y' = u' ± v'
6. y = u. v → y' = u' v + v' u
7. y = $\frac{u}{v}$ → y' = $\frac{u'v - v'u}{v^2}$

Rumus-Rumus Integral

1. $\int k\,x^n dx = \frac{k}{n+1}\,x^{n+1} + c$; n ≠ -1

2. $\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a(n+1)}\,(ax+b)^{n-1} + c$
; a≠0 dan n ≠ -1

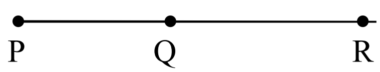
3. $\int (f(x)dx \pm g(x)dx)$
$= \int f(x)dx + \int g(x)dx$

BANGUN RUANG

Pengertian titik, garis dan bidang

1. Titik
   Titik tidak mempunyai ukuran yang berarti tidak mempunyai panjang, lebar atau tinggi sehingga titik dikatakan berdimensi nol. Titik ditandai dengan tanda noktah.

2. Garis



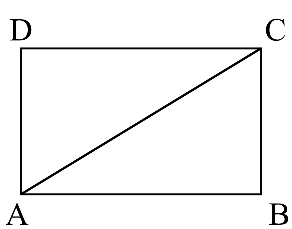
Perbedaan ruas garis dan garis:

Ruas garis PQ mempunyai panjang tertentu yaitu sebesar jarak antara titik P dan titik Q

Garis mempunyai panjang tak hingga, garis tidak mungkin digambar secara keseluruhan atau yang dapat igambar hanya sebagian saja (yang tergambar masih bisa diperpanjang.

Ruas garis PQ $\neq$ ruas garis QR
garis PQ = garis QR karena bila diperpanjang akan mewakili garis yang sama

3.Bidang



Daerah dan Bidang:

Daerah : mempunyai luas tertentu
Bidang : mempunyai luas tak terbatas ,
untuk menggambarkan bidang
hanya sebagian saja sebagai perwakilan

Daerah ABC $\neq$ daerah ABCD
Bidang ABC = bidang ABCD

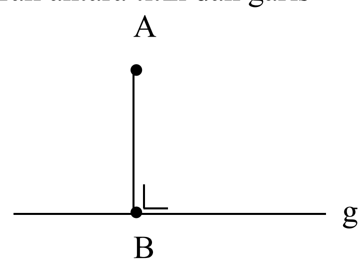
Jarak, Proyeksi dan Sudut

Jarak

1. Jarak antara dua titik

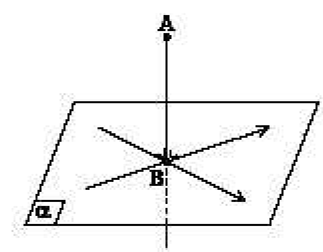
Jarak antara titik A dan B = panjang ruas garis AB

2. Jarak antara titik dan garis



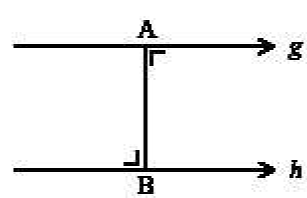
Jarak antara titk A dan garis g = panjang ruas garis AB (AB tegak lurus garis g)

3. Jarak antara titik dan bidang



Jarak antara titik A dan bidang α = panjang ruas garis AB (AB tegak lurus bidang α)

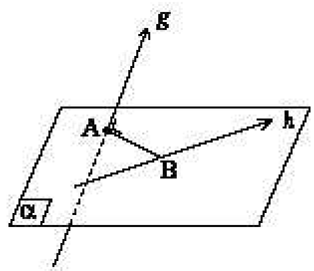
4. Jarak antara dua garis sejajar



garis g sejajar garis h

jarak garis g dan garis h = panjang ruas garis AB (AB tegak lurus garis g dan h)

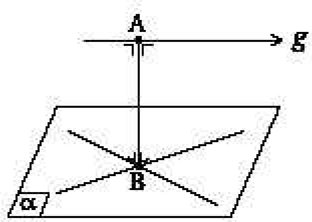
5. Jarak antara dua garis bersilangan



garis g bersilangan dengan garis h

jarak garis g dan h = panjang ruas garis AB (AB tegak lurus garis g dan h) → sama dengan point 3 di atas

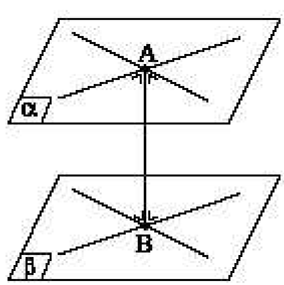
6. Jarak antara garis dan bidang yang sejajar



garis g sejajar dengan bidang α

jarak antara garis g dengan bidang α = panjang ruas garis AB (AB tegak lurus bidang α dan garis g)

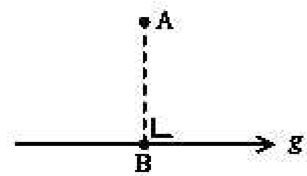
7. Jarak antara dua bidang yang sejajar



Bidang α sejajar dengan bidang β
Jarak kedua bidang = panjang ruas garis AB
(AB tegak lurus dengan kedua bidang)

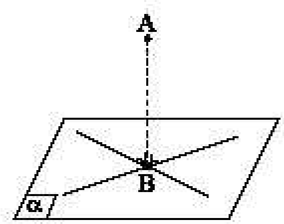
Proyeksi :

1. Proyeksi titik pada garis



Titik B adalah proyeksi titik A pada garis g
(AB tegak lurus garis g)

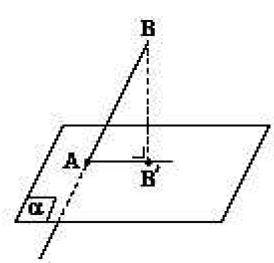
2. Proyeksi titik pada bidang



Titik B adalah proyeksi titi A pada bidang α
(AB tegak lurus dengan bidang α)

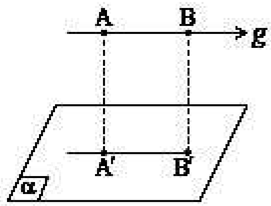
3. Proyeksi garis pada bidang

a. Garis g menembus bidang α



garis BA menembus bidang α di titik A
titik B' adalah proyeksi titik B pada bidang α
proyeksi garis BA pada bidang α adalah
= ruas garis AB'

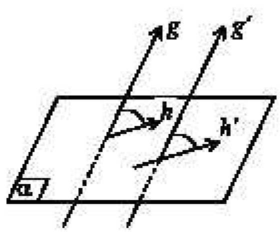
b. garis g sejajar dengan bidang α



Titik A dan B terletak pada garis g
titk A’ dan B’ merupakan proyeksi titik A dan B pada bidang α
Ruas garis A’B’ adalah proyeksi garis g pada bidang α

Sudut

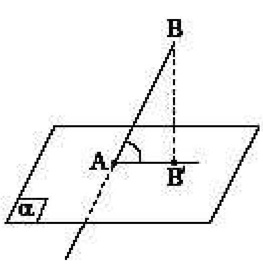
1. Sudut antar dua garis yang bersilangan



garis g dan h bersilangan
g // g’ dan h // h’

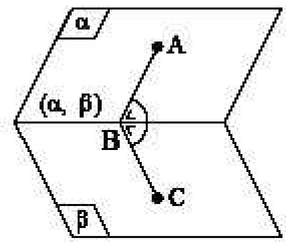
$\angle(g,h) = \angle(g',h') = \angle(g, h') = \angle(g',h)$

2. Sudut antara garis dan bidang



$\angle$(BA, bidang α) = $\angle$(BA,AB’)

3. Sudut antara dua bidang



(α , β) adalah garis potong antara bidang α dan bidang β .
AB dan BC tegak lurus (α , β)
Sudut antara bidang α dan β :

$\angle$(AB,BC) = $\angle$ABC