

**SOAL-SOAL**  
**SBMPTN**  
**MATEMATIKA DASAR**  
**PER BAB**  
**TAHUN 2015 - 2017**

## DAFTAR HALAMAN

<b>PERSAMAAN dan FUNGSI KUADRAT .....</b>	<b>3</b>
<b>BARISAN dan DERET .....</b>	<b>6</b>
<b>PERTIDAKSAMAAN .....</b>	<b>8</b>
<b>STATISTIKA .....</b>	<b>14</b>
<b>AKAR PANGKAT .....</b>	<b>17</b>
<b>FUNGSI KOMPOSISI dan INVERS .....</b>	<b>18</b>
<b>SISTEM PERSAMAAN LINEAR .....</b>	<b>21</b>
<b>LOGARITMA .....</b>	<b>25</b>
<b>PELUANG .....</b>	<b>26</b>
<b>MATRIKS .....</b>	<b>29</b>
<b>BANGUN RUANG .....</b>	<b>32</b>
<b>LIMIT .....</b>	<b>37</b>
<b>INTEGRAL .....</b>	<b>39</b>

# PERSAMAAN dan FUNGSI KUADRAT

## SBMPTN 2015

Jika akar-akar  $x^2 - ax - b = 0$  saling berkebalikan dan salah satu akar tersebut merupakan bilangan bulat positif, maka nilai terkecil yang mungkin untuk  $a - b$  adalah

- A. -3                      C. 1                      E. 3  
B. -1                      D. 2

Jawab :

$x^2 - ax - b = 0 \rightarrow$  misal akar ke 1 =  $x_1$  dan akar ke 2 =  $x_2$

Rumus umum persamaan kuadrat  $\rightarrow Ax^2 + Bx + C = 0 ; A \neq 0$

Maka:  $A = 1$  ,  $B = -a$  dan  $C = -b$

$\rightarrow$  akar-akar berkebalikan maka  $x_1 \cdot x_2 = 1$  maka  $x_1 = \frac{1}{x_2}$

Gunakan rumus :  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$  dan  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{B}{A} = -\frac{-a}{1} = a ; x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{C}{A} = \frac{-b}{1} = -b = 1 \rightarrow b = -1$$

masukkan rumus  $x_1 = \frac{1}{x_2}$

$$x_1 + x_2 = \frac{1}{x_2} + x_2 = a \rightarrow$$

Salah satu akar adalah bilangan bulat positif  $\rightarrow$  bilangan bulat positif = 1,2,3, ...

Karena  $x_1 = \frac{1}{x_2}$   $\rightarrow$  maka akar yg lain adalah juga bilangan bulat positif

Maka  $x_1 + x_2 > 0 \rightarrow a > 0$

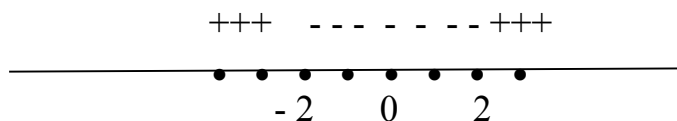
Maka Determinannya  $(D) \geq 0$

$$B^2 - 4AC \geq 0$$

$$(-a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -b \geq 0$$

$$a^2 + 4b \geq 0 \rightarrow \text{sudah didapat di atas } b = -1, \text{ maka } a^2 - 4 \geq 0$$

$$(a + 2)(a - 2) \geq 0$$



Didapat nilai yg memenuhi adalah  $a \leq -2$  dan  $a \geq 2$

Karena nilai  $a > 0$  maka yg berlaku adalah  $a \geq 2$

$a \geq 2 \rightarrow$  nilai yg berlaku adalah 2,3, 4 ...  $\rightarrow$  nilai terkecil  $a$  adalah 2

maka nilai terkecil untuk  $a - b = 2 - (-1) = 3 \rightarrow E$

### SBMPTN 2015

Jika grafik fungsi  $y = x^2 - 9$  memotong sumbu- $x$  di titik  $A$  dan  $B$ , serta memotong sumbu- $y$  di titik  $C$  maka luas segitiga  $ABC$  adalah ...

A. 36

C. 30

E. 24

B. 33

D. 27

Jawab :

Luas  $\Delta ABC = \frac{1}{2}$  alas x tinggi  $\rightarrow$  kita lihat gambar berikut

Fungsi  $y = x^2 - 9 \rightarrow$  memotong di sumbu  $x$  maka  $y = 0$

$0 = x^2 - 9 \rightarrow (x-3)(x+3) = 0 \rightarrow$  dihasilkan  $x = 3$  dan  $x = -3$

Didapat titik  $A$  adalah  $(3, 0)$  dan titik  $B$  adalah  $(-3, 0)$

Memotong sumbu  $y$  maka  $x = 0$

$y = 0 - 9 \rightarrow y = -9$

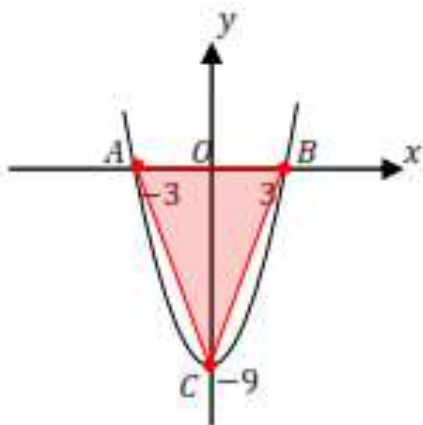
maka titik  $C$ nya adalah  $(0, -9)$

didapatkan grafik sbb:

Panjang alas  $(AB) = 3 + 3 = 6$

Tinggi  $(OC) = 9$

maka Luas  $\Delta ABC = \frac{1}{2}$  alas x tinggi  $= \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27 \rightarrow D$

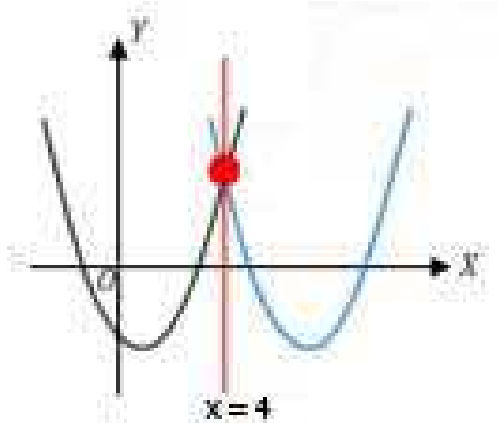


## SBMPTN 2016

Jika grafik fungsi  $y = x^2 - (9+a)x + 9a$  diperoleh dari grafik fungsi  $y = x^2 - 2x - 3$  melalui pencerminan terhadap garis  $x = 4$ , maka  $a = \dots$

- (A) 7
- (B) 5
- (C) 3
- (D) -5
- (E) -7

Jawab:



$$Y = x^2 - 2x - 3 \quad Y = x^2 - (9+a)x + 9a$$

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 = f(x) = x^2 - (9+a)x + 9a$$

$$f(4) = 16 - 8 - 3 = 16 - (9+a)4 + 9a$$

$$5 = 16 - 36 - 4a + 9a$$

$$5 = -20 + 5a$$

$$5a = 25$$

$$a = 5 \rightarrow B$$

## SBMPTN 2016

Diketahui  $7 - \sqrt{7}$  adalah salah satu akar  $x^2 + ax + b = 0$  dengan  $b$  bilangan real negatif dan  $a$  suatu bilangan bulat. Nilai terkecil  $a$  adalah ....

- (A) -5
- (B) -4
- (C) 0
- (D) 4
- (E) 5

Jawab

$$x^2 + ax + b = 0$$

$$Ax^2 + Bx + C = 0 ; A \neq 0$$

$$x_1 = 7 - \sqrt{7} \rightarrow \text{akarnya positif}$$

$A = 1$  ,  $B = a$  (bilangan bulat) dan  $C = b$  (real negatif)

$b$  bilangan real negatif maka  $x_2$  adalah negatif

$$x_1 + x_2 = -\frac{B}{A} = -\frac{a}{1} = -a$$

$$7 - \sqrt{7} + x_2 = -a \rightarrow a \text{ adalah bilangan bulat}$$

Karena  $a$  adalah bilangan bulat maka  $x_2 = m + \sqrt{7} \rightarrow m$  adalah suatu bilangan bulat

Masukkan nilai  $x_2$  ke dalam persamaan :

$$7 - \sqrt{7} + m + \sqrt{7} = -a \rightarrow 7 + m = -a \rightarrow a = -7 - m$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{C}{A} = b < 0 \rightarrow b \text{ real negatif}$$

$$(7 - \sqrt{7})(m + \sqrt{7}) < 0$$

$$(7 - \sqrt{7}) \text{ adalah positif maka } (m + \sqrt{7}) < 0$$

$$m < -\sqrt{7}$$

$$m = (-3, -4, -5, \dots)$$

$$a = -7 - m \rightarrow a = (-4, -3, -2, \dots)$$

nilai terkecil  $a$  adalah  $-4 \rightarrow$  jawabannya adalah B

## BARISAN dan DERET

SBMPTN 2015

Jika  $k$  adalah bilangan real positif, serta  $k + 3$ ,  $k + 1$ , dan  $k$  adalah berturut-turut suku ketiga, keempat, dan kelima suatu barisan geometri, maka jumlah dua suku pertama barisan tersebut adalah ....

A. 12

C. 20

E. 28

B. 16

D. 24

Jawab:

$k+3, k+1, k \rightarrow$  suku ke 3, 4 dan 5 barisan geometri

$$U_3 = k+3, U_4 = k+1, U_5 = k$$

$$\text{Ratio} = r = \frac{U_4}{U_3} = \frac{U_5}{U_4} \rightarrow \frac{k+1}{k+3} = \frac{k}{k+1} =$$

$$k^2 + 2k + 1 = k^2 + 3k$$

$$k = 1 \rightarrow U_3 = 1+3, U_4 = 1+1, U_5 = 1 \rightarrow U_3 = 4, U_4 = 2, U_5 = 1$$

$$r = \frac{2}{4} = 1/2$$

Suku pertama = a ; suku kedua = ar

$$\text{Suku ketiga} = ar^2 = 4 \rightarrow a = \frac{4}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{4}{\frac{1}{4}} = 16$$

Maka a = 16 dan ar = 16.  $\frac{1}{2} = 8 \rightarrow$  suku pertama dan kedua

Jumlah dua suku pertama = a + ar = 16 + 8 = 24  $\rightarrow$  jawabannya adalah D

### SBMPTN 2017

Jumlah suku ke-3 dan ke-7 suatu barisan aritmetika dengan suku-sukunya bilangan asli adalah 28. Jika beda barisan tersebut 3, maka suku ke-7 adalah . . . .

- A. 19                      C. 21                      E. 23  
B. 20                      D. 22

Jawab:

$$\text{Beda} = b = 3$$

$$U_n = a + (n-1)b \rightarrow U_3 + U_7 = 28$$

$$a + 2 \cdot 3 + a + 6 \cdot 3 = 28$$

$$2a + 24 = 28 \rightarrow 2a = 4 \rightarrow a = 2$$

Maka suku ke 7 =  $U_7 = a + 6 \cdot b = 2 + 6 \cdot 3 = 20 \rightarrow$  jawabannya adalah B

### SBMPTN 2017

Lima bilangan asli membentuk suatu barisan geometri dengan rasio positif. Jika jumlah 3 suku terbesar dan jumlah 3 suku terkecil barisan geometri tersebut berturut-turut adalah 171 dan 76, maka jumlah 5 bilangan tersebut adalah . . . .

- A. 125                      C. 180                      E. 347  
B. 130                      D. 211

Jawab:

$$\begin{aligned}U_1 + U_2 + U_3 = 76 &\rightarrow a + ar + ar^2 = 76 \\U_3 + U_4 + U_5 = 171 &\rightarrow ar^2 + ar^3 + ar^4 = 171 \rightarrow r^2(a + ar + ar^2) = 171 \\&76r^2 = 171 \\r^2 = \frac{171}{76} &\rightarrow (\text{dibagi } 19) \text{ menjadi } \frac{9}{4} \\&\text{maka } r = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

mencari nilai  $a$  :

$$a(1 + r + r^2) = 76$$

$$a = \frac{76}{(1+r+r^2)} = \frac{76}{(1+3/2+9/4)} = \frac{76}{(19/4)} = 16$$

$$\text{Maka } S_5 = \frac{a(r^5-1)}{r-1} = \frac{16(\frac{243}{32}-1)}{\frac{3}{2}-1} = \frac{16(\frac{243}{32}-32/32)}{\frac{1}{2}} = \frac{16(\frac{211}{32})}{\frac{1}{2}} = 211 \rightarrow \text{jawabannya adalah D}$$

## PERTIDAKSAMAAN

### SBMPTN 2015

Himpunan penyelesaian pertidaksamaan  $\frac{3}{x} < x - 2$  adalah ....

- A.  $\{ X \in R, X < -1 \text{ atau } X > 0 \}$
- B.  $\{ X \in R, X < 0 \text{ atau } X > 2 \}$
- C.  $\{ X \in R, X < -1 \text{ atau } X > 2 \}$
- D.  $\{ X \in R, X < -1 \text{ atau } 0 < X < 3 \}$
- E.  $\{ X \in R, -1 < X < 0 \text{ atau } X > 3 \}$

Jawab:

$$\frac{3}{x} < x - 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} - x + 2 < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3-x^2+2x}{x} < 0$$

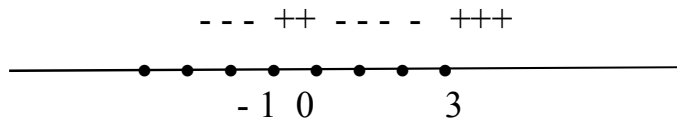
$$\Leftrightarrow \frac{x^2-2x-3}{x} > 0 \text{ (pertidaksamaan berubah karena berubah tanda)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-3)}{x} > 0$$

Pembuat nol  $x = -1$  dan  $x = 3$ , dan  $x \neq 0$

(masukkan nilai-nilainya)





Penyelesaiannya adalah  $-1 < x < 0$  atau  $x > 3 \rightarrow$  jawabannya adalah E

### SBMPTN 2016

Semua bilangan real  $x$  yang memenuhi

$$\frac{x}{x-3} \leq \frac{x+3}{x+2} \text{ adalah ....}$$

- (A)  $x \leq -\frac{9}{2}$  atau  $x > 3$
- (B)  $x \leq -\frac{9}{2}$  atau  $-2 < x < 3$
- (C)  $-\frac{9}{2} < x < -2 < x < 3$
- (D)  $-\frac{9}{2} \leq x < 3$
- (E)  $x < -3$  atau  $-2 < x < 3$

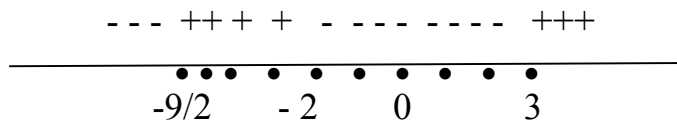
**Jawab:**

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-3} &\leq \frac{x+3}{x+2} \\ \frac{x}{x-3} - \frac{x+3}{x+2} &\leq 0 \\ \frac{x(x+2) - (x-3)(x+3)}{(x-3)(x+2)} &\leq 0 \end{aligned}$$

$$\frac{x^2 + 2x - x^2 + 9}{(x-3)(x+2)} \leq 0$$

$$\frac{2x + 9}{(x-3)(x+2)} \leq 0$$

Cari nilai-nilai yg berlaku di  $x = -9/2$ ,  $x = 3$  dan  $x = -2 \rightarrow x \neq 3$  dan  $x \neq -2$



Jawaban yg tepat adalah  $x \leq -\frac{9}{2}$  atau  $-2 < x < 3 \rightarrow$  jawabannya adalah B

## SBMPTN 2106

Semua bilangan real  $x$  yang memenuhi

$$\frac{1}{|x-2|} < \frac{1}{1-x} \text{ adalah ....}$$

- (A)  $x < 1$
- (B)  $x > 1$
- (C)  $x < 2$
- (D)  $x < 1$  atau  $\frac{3}{2} < x < 2$
- (E)  $1 < x < \frac{3}{2}$  atau  $x > 2$

Jawab :

Penyebut pecahan  $\neq 0 \rightarrow x \neq 2$  dan  $x \neq 1$

Jawaban yg memenuhi  $x = 2$  dan  $x = 1$  salah yaitu B, C dan D

Tersisa jawaban A dan E, coba kita cari

Untuk  $x < 1$  ambil nilai  $x = 0$  didapat  $\frac{1}{2} < 1 \rightarrow$  Benar

$$x = -1 \text{ didapat } \frac{1}{3} < \frac{1}{2} \rightarrow \text{Benar}$$

Jawabannya adalah A

Jawaban alternatif (agak panjang)

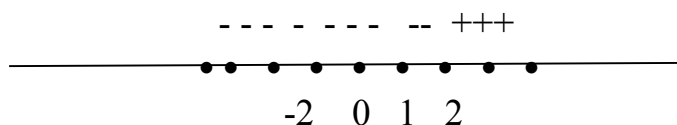
Jika  $x - 2 \geq 0, x \geq 2$

$$\frac{1}{x-2} < \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1}{x-2} - \frac{1}{1-x} < 0$$

$$\frac{(1-x) - (x-2)}{(x-2)(1-x)} < 0$$

$$\frac{-2x+3}{(x-2)(1-x)} < 0$$



Nilai  $x > 2$  tidak berlaku

Jika  $x < 2$

$$\frac{-1}{2-x} < \frac{1}{1-x}$$

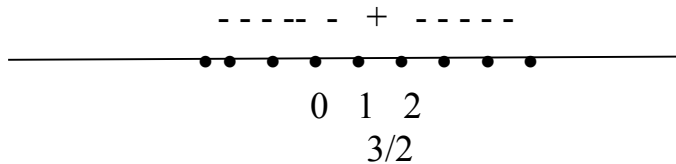
$$\frac{-1}{2-x} - \frac{1}{1-x} < 0$$

$$\frac{-(1-x) - (2-x)}{(2-x)(1-x)} < 0$$

$$\frac{2x-3}{(2-x)(1-x)} < 0$$

$$\frac{2x-3}{(2-x)(1-x)} < 0$$

Batas nilai  $x = 2$ ,  $x = 1$  dan  $x = 3/2$



Nilai yg memenuhi adalah  $x < 1$  dan  $x > 2$ , nilai  $x > 2$  tidak memenuhi maka yg memenuhi adalah nilai  $x < 1 \rightarrow A$

### SBMPTN 2016

Semua bilangan real  $x$  yang memenuhi  $|x - 2| > x^2 - 4$  adalah ....

- A.  $x < -2$  atau  $x > 3$
- B.  $x < -2$  atau  $x > 2$
- C.  $x < -2$  atau  $x > 0$
- D.  $-3 < x < 2$

Jawab :

$x = 0$  berlaku karena bukan penyebut

Sehingga untuk  $x \geq 2$  didapat

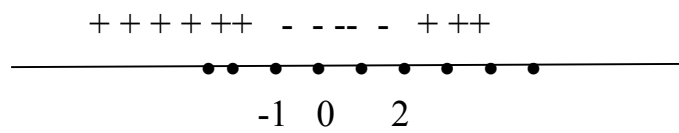
$$x - 2 > x^2 - 4$$

$$x^2 - 4 - x + 2 < 0$$

$$x^2 - x - 2 < 0$$

$$(x + 1)(x - 2) < 0$$

Pembuat nol  $x = -1$  atau  $x = 2$



Hasilnya  $-1 < x < 2 \rightarrow$  tidak memenuhi karena tidak memenuhi  $x \geq 2$

Untuk  $x < 2$

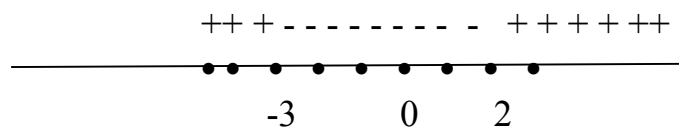
$$2 - x > x^2 - 4$$

$$x^2 - 4 + x - 2 < 0$$

$$x^2 + x - 6 < 0$$

$$(x + 3)(x - 2) < 0$$

Pembuat nol  $x = -3$  atau  $x = 2$



Hasilnya  $-3 < x < 2 \rightarrow D$

### SBMPTN 2017

Jika himpunan penyelesaian  $|2x - a| < 5$  adalah  $\{x \mid -1 < x < 4\}$ , maka nilai  $a$  adalah ...

- A. -4                      C. -1                      E. 4  
 B. -3                      D. 3

Jawab :

$$-5 < 2x - a < 5$$

$$a - 5 < 2x < 5 + a$$

$$\frac{a-5}{2} < x < \frac{5+a}{2}$$

Himpunan penyelesaian  $|2x - a| < 5$  adalah  $\{x \mid -1 < x < 4\}$

Ambil nilai  $x = -1$  dan  $x = 4$

Sehingga :

$$\frac{a-5}{2} = -1$$

$$a - 5 = -2$$

$$a = 3$$

$$\frac{5+a}{2} = 4$$

$$5 + a = 8$$

$$a = 3$$

Jawabannya adalah D

### SBMPTN 2017

Luas daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan  $y + 4x \leq 12$ ,  $y + 2x \geq 8$ ,  $x \geq 0$  adalah ... satuan luas.

A. 2                      C. 6                      E. 10

B. 4                      D. 8

Jawab :

$$y + 4x = 12$$

titik potong dgn sb x jika  $y = 0$ , didapat titik  $(3, 0)$

titik potong dgn sb y jika  $x = 0$ , didapat titik  $(0, 12)$

$$y + 2x = 8$$

titik potong dgn sb x jika  $y = 0$ , didapat titik  $(4, 0)$

titik potong dgn sb y jika  $x = 0$ , didapat titik  $(0, 8)$

Luasnya adalah daerah yg diarsir berbentuk segitiga.

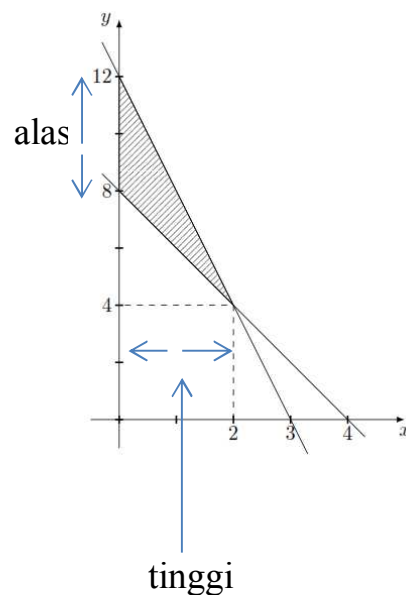
Luas =  $\frac{1}{2}$  alas . tinggi

tinggi

$$\text{Alas} = 12 - 8 = 4$$

$$\text{Tinggi} = 2$$

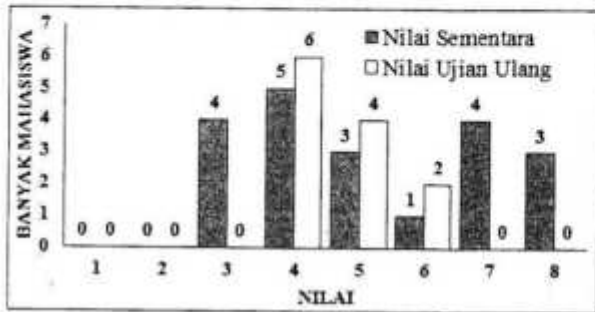
$$\text{Luas} = \frac{1}{2} 4 \cdot 2 = 4 \text{ satuan luas} \rightarrow \text{B}$$



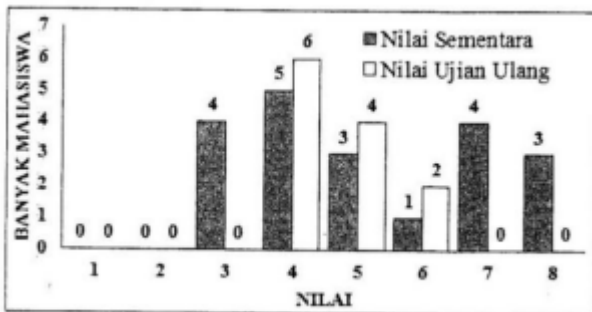
# STATISTIKA

## SBMPTN 2015

Diagram di bawah ini menyajikan data (dalam bilangan bulat) nilai sementara dan nilai ujian ulang mahasiswa peserta kuliah Matematika. Ujian ulang diikuti hanya oleh peserta kuliah tersebut dengan nilai sementara lebih kecil daripada 6. Jika yang dinyatakan lulus kuliah adalah mahasiswa yang memperoleh nilai sementara tidak lebih kecil daripada 6 atau nilai ujian ulangnya adalah 6, maka rata-rata nilai mahasiswa yang lulus mata kuliah tersebut adalah ....



- A. 6,33                      C. 6,75                      E. 7,25  
 B. 6,50                      D. 7,00
- Jawab:



↑   ↑   ↑  
 1   2   3

1. menunjukkan jumlah siswa yang mendapatkan nilai 6 yaitu  $1 + 2 = 3$  siswa
2. menunjukkan jumlah siswa yang mendapatkan nilai 7 yaitu 4 siswa
3. menunjukkan jumlah siswa yang mendapatkan nilai 8 yaitu 3 siswa

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

Rata-rata =  $\frac{(3 \times 6) + (4 \times 7) + (3 \times 8)}{3 + 4 + 3} = \frac{70}{10} = 7.00 \rightarrow$  jawabannya adalah D

### SBMPTN 2015

Diketahui rata-rata dari 9 nilai pengamatan sama dengan dua kali mediannya, Jika jumlah nilai pengamatan yang lebih kecil daripada median adalah 106 dan jumlah nilai pengamatan yang lebih besar daripada median adalah 200, maka rata-rata dari 9 nilai pengamatan tersebut adalah....

- A. 24                      C. 36                      E. 90  
B. 30                      D. 60

Jawab :

$$\bar{x} = 2 Me = \frac{\text{jumlah data}}{9} \rightarrow \text{nilai rata-rata 2 kali mediannya}$$

Misalkan 9 datanya adalah  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$

Maka  $x_5$  adalah mediannya

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 106 \text{ dan}$$

$$x_6 + x_7 + x_8 + x_9 = 200$$

$$2 Me = 2x_5 = \frac{106 + x_5 + 200}{9}$$

$$18x_5 = 106 + x_5 + 200$$

$$17x_5 = 306$$

$$x_5 = \frac{306}{17} = 18$$

$$\text{Maka rata-ratanya adalah } = \bar{x} = \frac{106 + 18 + 200}{9} = \frac{324}{9} = 36 \rightarrow \text{C}$$

### SBMPTN 2016

Nilai ujian matematika di suatu kelas berupa bilangan bulat positif yang tidak lebih besar dari pada 10. Rata-rata nilai ujian matematika untuk 40 siswa di kelas tersebut adalah 7. Dua orang mengikuti ujian susulan dan memperoleh nilai yang berbeda dan ternyata merupakan nilai yang paling tinggi dan paling rendah di kelas tersebut. Jika rata-rata nilai 42 siswa tersebut tetap 7, maka jangkauan data nilai ujian 42 siswa di atas yang mungkin ada sebanyak ....

- (A) 1  
(B) 2  
(C) 3  
(D) 4  
(E) 5

Jawab :

misalkan dari 2 siswa yang mengikuti ujian susulan yg memperoleh nilai terkecil adalah x dan nilai yang terbesar adalah y dimana  $x \geq 1$  dan  $y \leq 10$

$$\text{Rata-rata} = \bar{x} = \frac{40 \cdot 7 + x + y}{42} = \frac{280 + x + y}{42} = 7$$

$$280 + x + y = 294$$

$$X + y = 14$$

$$Y = 14 - x \rightarrow \text{karena } y \leq 10 \text{ maka } 14 - x \leq 10 \rightarrow x \geq 4$$

Untuk  $x = 4$  maka  $y = 10$ , jangkauannya  $10 - 4 = 6$

Untuk  $x = 5$  maka  $y = 9$ , jangkauannya  $9 - 5 = 4$

Untuk  $x = 6$  maka  $y = 8$ , jangkauannya  $8 - 6 = 2$

Untuk  $x = 7$  maka  $y = 7 \rightarrow$  tidak memenuhi karena nilainya harus tidak sama

Sehingga jangkauan datanya adalah  $3 \rightarrow C$

### SBMPTN 2017

Diketahui median dan rata-rata berat badan 5 balita adalah sama. Setelah ditambahkan satu data berat badan balita, rata-ratanya meningkat 1 kg, sedangkan mediannya tetap. Jika 6 data berat badan tersebut diurutkan dari yang paling ringan ke yang paling berat, maka selisih berat badan antara balita terakhir yang ditambahkan dan balita di urutan ke-4 adalah ... kg.

A. 4                      C. 5                      E.  $\frac{13}{2}$

B.  $\frac{9}{2}$                       D. 6

Jawab:

Misal  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  adalah data berat badan 5 balita

$$x_3 = \text{median} = \bar{x}$$

$$\text{Total berat badan 5 balita} = 5x_3$$

$$\frac{5x_3 + x_6}{6} = x_3 + 1$$

$$5x_3 + x_6 = 6x_3 + 6$$

$$x_6 = x_3 + 6$$

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \rightarrow$  setelah ditambahkan balita ke 6 ( $x_6$ )

$$\text{Median} = \frac{x_3 + x_4}{2} = x_3 \text{ (median tidak berubah) maka } x_3 = x_4 \text{ (dibagi 2 hasilnya sama (= } x_3 \text{))}$$

$$\text{Maka selisih berat balita terakhir dengan balita ke 4 adalah } = (x_3 + 6) - x_3 = 6 \rightarrow D$$



## AKAR PANGKAT

### SBMPTN 2015

Jika  $a$  dan  $b$  adalah bilangan real positif, maka

$$\frac{(\sqrt{2a} + \sqrt{b})^2 - \sqrt{b}(2\sqrt{2a} + \sqrt{b})}{-2a} = \dots$$

- A. -2                      C. 0                      E. 2  
B. -1                      D. 1

Jawab :

$$\frac{2a + 2\sqrt{2a}\sqrt{b} + b - (2\sqrt{2a}\sqrt{b} + b)}{-2a} = \frac{2a + 2\sqrt{2a}\sqrt{b} + b - 2\sqrt{2a}\sqrt{b} - b}{-2a}$$
$$= \frac{2a}{-2a} = -1 \rightarrow B$$

### SBMPTN 2016

Jika  $A^{2x} = 2$ , maka  $\frac{A^{5x} - A^{-5x}}{A^{3x} + A^{-3x}} = \dots$

- (A)  $\frac{31}{18}$   
(B)  $\frac{31}{9}$   
(C)  $\frac{32}{18}$   
(D)  $\frac{33}{9}$   
(E)  $\frac{33}{18}$

Jawab :

$$A^{2x} = 2 \rightarrow \sqrt{A^{2x}} = \sqrt{2} \rightarrow A^x = \sqrt{2}$$

$$\text{Maka } \frac{A^{5x} - A^{-5x}}{A^{3x} + A^{-3x}} = \frac{(A^x)^5 - (A^x)^{-5}}{(A^x)^3 + (A^x)^{-3}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(\sqrt{2})^5 - (\sqrt{2})^{-5}}{(\sqrt{2})^3 + (\sqrt{2})^{-3}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4\sqrt{2} - \frac{1}{4\sqrt{2}}}{2\sqrt{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{32-1}{4\sqrt{2}}}{\frac{8+1}{2\sqrt{2}}} = \frac{31 \cdot 2\sqrt{2}}{9 \cdot 4\sqrt{2}} = \frac{31}{9 \cdot 2} = \frac{31}{18} \rightarrow A$$

## FUNGSI KOMPOSISI dan INVERS

### SBMPTN 2015

Diketahui suatu fungsi  $f$  bersifat  $f(-x) = -f(x)$  untuk setiap bilangan real  $x$ . Jika  $f(3) = -5$  dan  $f(-5) = 1$ , maka  $f(f(-3)) = \dots$

- A. -5                      C. -1                      E. 2  
B. -2                      D. 1

Jawab:

$$f(-x) = -f(x)$$

$$f(-3) = -f(3) = -(-5) = 5 \text{ maka } f(f(-3)) = f(5)$$

$$\text{Karena } f(-5) = -f(5) = 1 \rightarrow f(5) = -1$$

Maka didapat :

$$f(f(-3)) = f(5) = -1 \rightarrow C$$

### SBMPTN 2015

Jika  $f^{-1}(4x + 5) = 8x + 12$ , maka  $f(x) = \dots$

- A.  $\frac{x-12}{8}$                       C.  $\frac{x-5}{4}$                       E.  $\frac{x+2}{3}$   
B.  $\frac{x+4}{28}$                       D.  $\frac{x-2}{2}$

Jawab:

$$\text{Misal } 4x + 5 = z \rightarrow \text{maka } 4x = z - 5 \rightarrow x = \frac{z-5}{4}$$

Maka :

$$f^{-1}(z) = 8 \frac{z-5}{4} + 12$$

$$f^{-1}(z) = 2z - 10 + 12 \\ = 2z + 2$$

$$f^{-1}(x) = 2x + 2$$

$$f^{-1}(x) = y \text{ maka } f(y) = x$$

$$y = 2x + 2$$

$$2x = y - 2$$

$$x = \frac{y-2}{2}$$

$$\text{maka } f(x) = \frac{x-2}{2} \rightarrow D$$

## SBMPTN 2016

Diberikan fungsi

$$f(x) = ax - 1 \text{ dan } g(x) = x + 1. \text{ Jika}$$

$$(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x), \text{ maka } f(2) - g(1)$$

= ....

- (A) 2
- (B) 1
- (C) 0
- (D) -1
- (E) -2

**Jawab:**

$$f(g(x)) = f(x+1) = a(x+1) - 1 = ax + a - 1$$

$$g(f(x)) = g(ax - 1) = ax - 1 + 1 = ax$$

$$f(g(x)) = g(f(x))$$

$$\Leftrightarrow ax + a - 1 = ax$$

$$\Leftrightarrow a - 1 = 0 \rightarrow a = 1 \text{ maka } f(x) = x - 1$$

$$\text{Sehingga } \rightarrow f(2) - g(1) = (2 - 1) - (1 + 1) = 1 - 2 = -1 \rightarrow \text{D}$$

## SBMPTN 2016

Jika fungsi  $f$  dan  $g$  mempunyai invers dan memenuhi

$$f(x+5) = g(2x-1), \text{ maka } 2f^{-1}(x) = \dots$$

- (A)  $g^{-1}(x) + 11$
- (B)  $g^{-1}(x) + 9$
- (C)  $g^{-1}(x) + 6$
- (D)  $g^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) + 6$
- (E)  $g^{-1}(2x) + 6$

**Jawab :**

$$f(x+5) = g(2x-1) = y$$

$$f^{-1}(y) = x + 5 \dots(1)$$

$$g^{-1}(y) = 2x - 1$$

$$2x = g^{-1}(y) + 1$$

$$X = \frac{g^{-1}(y) + 1}{2} \dots(2)$$

Dari (1) dan (2)

$$f^{-1}(y) = \frac{g^{-1}(y)+1}{2} + 5 = \frac{g^{-1}(y)+1+10}{2} = \frac{g^{-1}(y)+11}{2}$$

$$\text{Maka } 2 f^{-1}(x) = 2 \cdot \frac{g^{-1}(x)+11}{2} = g^{-1}(x) + 11 = g^{-1}(x) + 11 \rightarrow A$$

### SBMPTN 2017

Jika  $f(x) = \sqrt{x-1}$  dan  $g(x) = \frac{x-5}{x-1}$ , maka daerah asal fungsi  $f \cdot g$  adalah ...

- A.  $-\infty < X < \infty$       C.  $X \neq 1$       E.  $X > 1$   
B.  $X \neq 0$       D.  $X \geq 1$

Jawab :

$$f \cdot g = \sqrt{x-1} \cdot \frac{x-5}{x-1}$$

untuk  $\sqrt{x-1} \rightarrow$  nilai yg harus memenuhi adalah  $x \geq 1$  ... (1)

untuk  $\frac{x-5}{x-1} \rightarrow$  nilai yg harus memenuhi adalah  $x \neq 1$  ..... (2)

$$(1) \cap (2) \rightarrow x > 1 \rightarrow E$$

### SBMPTN 2017

Jika  $f(x) = x^2 + 2$  dan  $g(x) = -3x + 8$ , maka nilai maksimum fungsi  $(g \circ f)$  adalah ...

- A. 0      C. 2      E. 4  
B. 1      D. 3

Jawab :

$$\begin{aligned}(g \circ f) &= g(f(x)) = -3(x^2 + 2) + 8 \\ &= -3x^2 - 6 + 8 \\ &= -3x^2 + 2\end{aligned}$$

Agar nilai maksimum maka turunan  $g(f(x)) = 0$

$$g'(f(x)) = -6x = 0 \rightarrow x = 0$$

$x = 0$  dimasukkan ke dalam persamaan :

$$g(f(x)) = -3x^2 + 2 = 0 + 2 = 2 \rightarrow C$$

## SISTEM PERSAMAAN LINEAR

SBMPTN 2015

Diketahui sistem persamaan linear

$$\begin{cases} \frac{x+2}{2} - \frac{x-y}{3} = 1 \\ \frac{x+y}{3} - \frac{y+1}{2} = 2 \end{cases}$$

Nilai  $x + y$  adalah ....

- A. -3                      C. -1                      E. 5  
B. -2                      D. 3

Jawab :

$$\frac{3(x+2) - 2(x-y)}{6} = 1$$

$$\Leftrightarrow 3x + 6 - 2x + 2y = 6$$

$$\Leftrightarrow x + 2y = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{2(x+y) - 3(y+1)}{6} = 2$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2y - 3y - 3 = 12$$

$$\Leftrightarrow 2x - y = 15 \dots\dots\dots(2)$$

Substitusi (1) dan (2)

$$x + 2y = 0 \quad (\times 2) \rightarrow 2x + 4y = 0$$

$$2x - y = 15 \quad (\times 1) \rightarrow \underline{2x - y = 15} \quad -$$
$$5y = -15 \rightarrow y = -3$$

$$x + 2y = 0$$

$$x = -2y$$

$$x = -2 \cdot -3 = 6$$

Maka  $x + y = 6 + (-3) = 6 - 3 = 3 \rightarrow D$

## SBMPTN 2015

Empat orang siswa akan mengikuti suatu perlombaan karya inovatif. Untuk itu, diperlukan biaya Rp900.000,00. Karena masing-masing memiliki kondisi keuangan yang berbeda, besar kontribusi masing-masing siswa tidak sama. Siswa *A* memberikan kontribusi setengah dari jumlah kontribusi tiga siswa lainnya. Siswa *B* memberikan kontribusi sepertiga dari jumlah kontribusi tiga siswa lainnya. Siswa *C* memberikan kontribusi seperempat dari jumlah kontribusi tiga siswa lainnya. Besar kontribusi siswa

*D* adalah Rp ....

- A. 150.000            C. 195.000            E. 300.000  
B. 180.000            D. 225.000

Jawab:

4 orang siswa = A, B, C, D

$$A + B + C + D = \text{Rp. } 900.000,- \rightarrow D = 900.000 - (A+B+C)$$

$$A = \frac{1}{2} (B + C + D) \rightarrow A = \frac{1}{2} (900.000 - A) = 450.000 - \frac{1}{2} A$$

$$A + \frac{1}{2} A = 450.000$$

$$\frac{3}{2} A = 450.000 \rightarrow A = 300.000$$

$$B = \frac{1}{3} (A + C + D) \rightarrow B = \frac{1}{3} (900.000 - B) = 300.000 - \frac{1}{3} B$$

$$B + \frac{1}{3} B = 300.000$$

$$\frac{4}{3} B = 300.000 \rightarrow B = 225.000$$

$$C = \frac{1}{4} (A + B + D) \rightarrow C = \frac{1}{4} (900.000 - C) = 225.000 - \frac{1}{4} C$$

$$C + \frac{1}{4} C = 225.000$$

$$\frac{5}{4} C = 225.000 \rightarrow C = 180.000$$

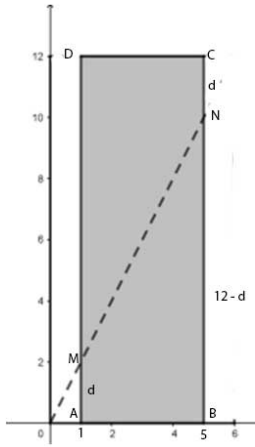
$$D = 900.000 - (A+B+C) = 900.000 - (300.000 + 225.000 + 180.000) \\ = 900.000 - 705.000 = 195.000 \rightarrow C$$

## SBMPTN 2016

Suatu garis yang melalui titik (0,0) membagi persegi panjang dengan titik-titik sudut (1,0), (5,0), (1,12), dan (5,12) menjadi dua bagian yang sama luas. Gradien garis tersebut adalah ....

- (A)  $\frac{1}{2}$   
(B) 1  
(C) 2  
(D)  $\frac{12}{5}$   
(E) 3

Jawab :



Persegipanjang ABCD terbagi 2 bagian yg sama maka  $AM = CN = d$

$\Delta OAM$  sebangun dengan  $\Delta OBC$

$$\text{Maka } \frac{AM}{BN} = \frac{OA}{OB}$$

$$\frac{d}{12-d} = \frac{1}{5}$$

$$5d = 12 - d$$

$$6d = 12 \rightarrow d = 2 \rightarrow \text{gradien} \rightarrow C$$

### SBMPTN 2016

Jika  $(x, y) = (1, 1)$  dan  $(x, y) = (a, -2)$   
merupakan penyelesaian

$3x + y = b$  dan  $cx - dy = 1$ , maka  $a + b + c - d$   
= ....

(A) 7

(B) 6

(C)  $6\frac{1}{2}$

(D) -6

(E) -7

Jawab :

$$3x + y = b \dots\dots(1)$$

$$cx - dy = 1 \dots\dots(2)$$

masukkan  $(x, y) = (1, 1)$  ke (1)

$$3 + 1 = b \rightarrow b = 4 \rightarrow \text{persamaan (1) menjadi } 3x + y = 4 \dots(3)$$

Masukkan  $(x, y) = (a, -2)$  ke (3)

$$3a - 2 = 1$$

$$3a = 3 \rightarrow a = 1$$

masukkan  $(x,y) = (1,1)$  ke (2)

$$c - d = 1 \dots(4)$$

masukkan  $(x,y) = (a, -2)$  ke (2) dimana  $a = 1 \rightarrow (x,y) = (1, -2)$

$$c + 2d = 1 \dots\dots(5)$$

subst (4) dan (5)

$$c - d = 1$$

$$c + 2d = 1 -$$

$$-3d = 0 \rightarrow d = 0$$

Masukkan nilai  $d = 0$  ke (5)  $\rightarrow c + 2 \cdot 0 = 1 \rightarrow c = 1$

Didapat nilai  $a = 1, b = 4, c = 1$  dan  $d = 0$

Maka  $a + b + c + d = 1 + 4 + 1 + 0 = 6 \rightarrow B$

### SBMPTN 2017

Seseorang memelihara ikan di suatu kolam. Rata-rata bobot ikan per ekor pada saat panen dari kolam tersebut adalah  $(6 - 0,02x)$  kg, dengan  $x$  menyatakan banyak ikan yang dipelihara. Maksimum total bobot semua ikan pada saat panen yang mungkin adalah ... kg.

A. 400

C. 435

E. 465

B. 420

D. 450

Jawab:

$S =$  Total bobot semua ikan

$$S = (6 - 0.02x) \cdot x$$

$$= 6x - 0.02 x^2$$

Agar maksimum maka  $S$  diturunkan (didefferensialkan)

$$S' = 6 - 0.04 x = 0$$

$$0.04 x = 6 \rightarrow x = 150$$

Maka total bobot ikan maksimum =  $6 \cdot 150 - 0.02 \cdot 150 = 900 - 450 = 450 \rightarrow D$



## LOGARITMA

### SBMPTN 2015

Diketahui  ${}^2\log p = \frac{1}{3}$  dan  ${}^3\log q = \frac{1}{2}$ . Jika  $x = p^2$  dan  $y = q^3$ , maka  ${}^x\log y = \dots$

- A.  $\frac{2}{3}$  ( ${}_{2\log 3}$ )                      C.  $\frac{3}{2}$  ( ${}_{3\log 2}$ )                      E.  $\frac{9}{4}$  ( ${}_{3\log 2}$ )  
B.  $\frac{3}{2}$  ( ${}_{2\log 3}$ )                      D.  $\frac{9}{4}$  ( ${}_{2\log 3}$ )

Jawab :

$$y = {}^a\log x \Leftrightarrow a^y = x \dots(1)$$

dengan  $a > 0$  dan  $a \neq 1$

$${}^a\log b^k = \frac{k}{n} {}^a\log b \dots\dots(2)$$

$${}^2\log p = \frac{1}{3} \rightarrow p = 2^{\frac{1}{3}} \rightarrow p^2 = (2^{\frac{1}{3}})^2 = 2^{\frac{2}{3}} = x$$

$${}^3\log q = \frac{1}{2} \rightarrow q = 3^{\frac{1}{2}} \rightarrow q^3 = (3^{\frac{1}{2}})^3 = 3^{\frac{3}{2}} = y$$

$${}^x\log y = {}^{p^2}\log q^3 = {}^{2^{2/3}}\log 3^{3/2} = \frac{3/2}{2^{2/3}} {}^2\log 3 = \frac{9}{4} {}^2\log 3 \rightarrow D$$

### SBMPTN 2016 (Logaritma dan Barisan Deret)

Jika  ${}^a\log b$ ,  ${}^a\log(b+2)$ , dan  ${}^a\log(2b+4)$  adalah tiga suku berurutan suatu barisan aritmetika dan jumlah tiga suku tersebut adalah 6, maka  $2a - b =$

...

- A. 4                      C. 0                      E. -4  
B. 2                      D. -2

Jawab :

$$\text{Beda suku} = U_2 - U_1 = U_3 - U_2$$

$$2 U_2 = U_1 + U_3$$

$$2 {}^a\log(b+2) = {}^a\log b + {}^a\log(2b+4)$$

$${}^a\log(b+2)^2 = {}^a\log b(2b+4)$$

$$(b+2)^2 = b(2b+4)$$

$$b^2 + 4b + 4 = 2b^2 + 4b$$

$$b^2 - 4 = 0$$

$$(b+2)(b-2) = 0$$

$b = -2 \rightarrow$  ( tidak memenuhi),  $b = 2 \rightarrow$  memenuhi

jumlah tiga suku = 6

masukkan nilai  $b = 2$

$${}^a \log 2 + {}^a \log 4 + {}^a \log 8 = 6$$

$${}^a \log(2.4.8) = {}^a \log 64 = 6$$

$$a^6 = 64$$

$$a = 2$$

$$\text{maka } 2a - b = 2.2 - 2 = 4 - 2 = 2 \rightarrow B$$

## PELUANG

SBMPTN 2015

Empat buku berjudul Matematika, satu buku berjudul Ekonomi, dan satu buku berjudul Bahasa akan disusun di lemari buku dalam satu baris. Misalkan  $A$  adalah kejadian susunan buku sehingga tidak ada tiga atau lebih buku dengan judul yang sama tersusun secara berurutan. Jika buku dengan judul yang sama tidak dibedakan, maka peluang kejadian  $A$  adalah ....

- A.  $1/6$                       C.  $2/5$                       E.  $3/52$   
B.  $1/5$                       D.  $1/2$

Jawab :

Banyak kemungkinan (ruang sample) ditentukan dengan menggunakan permutasi:  
(Total buku 6 dengan 4 buku matematika dan 1 buku ekonomi dan 1 buku bahasa)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$n(S) = \frac{6!}{4!1!1!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!1!1!} = 30$$

Susunan agar tidak ada tiga atau lebih buku dgn judul sama berurutan dengan judul yg sama tidak dibedakan:

Misal ; M= buku matematika, E= buku Ekonomi; B= buku Bahasa

Kemungkinan 1 :

(MME, MM, B)

$$N(A) = \frac{3!}{1!1!1!} \begin{array}{l} \rightarrow \text{MME, MM, B (3 posisi)} \\ \rightarrow \text{MME} = 1; \text{MM} = 1; \text{B} = 1 \\ = 3.2.1 = 6 \end{array}$$

Kemungkinan 2 :

(MM, B, EMM)

Sama spt di atas

$$N(A) = \frac{3!}{1!1!1!} = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$\text{Total } n(A) = 6 + 6 = 12$$

$$\text{Jadi } P(A) = \frac{12}{30} = \frac{2}{5} \rightarrow C$$

SBMPTN 2016

Tujuh finalis lomba menyanyi tingkat SMA di suatu kota berasal dari 6 SMA yang berbeda terdiri atas empat pria dan tiga wanita. Diketahui satu pria dan satu wanita berasal dari SMA "A". Jika urutan tampil diatur bergantian antara pria dan wanita, serta finalis dari SMA "A" tidak tampil berurutan, maka susunan urutan tampil yang mungkin ada sebanyak ....

- A. 144                      C. 72                      E. 35  
B. 108                      D. 36

Jawab:

Misalkan : Pria dari SMA A =  $P_A$  ; Wanita dari SMA A =  $W_A$

Pria dari bukan SMA A = P, Wanita dari bukan SMA A = W

Kemungkinan 1 s/d 6 : ( $P_A$  dan  $W_A$  tidak boleh berurutan)

1.  $P_A W P W_A P W P$

$\rightarrow P_A$  dan  $W_A$  tetap di posisinya, kemungkinan urutan yg terjadi P= 3 W= 2  $\rightarrow 3! \cdot 2! = 12$

Begitu pula dengan 5 kemungkinan di bawah ini.

2.  $P_A W P W P W_A P$

3.  $P W P_A W P W_A P$

4.  $P W_A P W P_A W P$

5.  $P W_A P W P W P_A$

6.  $P W P W_A P W P_A$

Sehingga total kemungkinan urutan yg terjadi adalah  $6 \times 12 = 72 \rightarrow C$

### SBMPTN 2017

Sebuah bilangan ganjil 5 angka diketahui memuat tepat 4 angka ganjil dan tidak memiliki angka berulang serta tidak memuat angka 0. Banyak bilangan berbeda dengan ciri tersebut adalah

- A. 1.260                      C. 1.420                      E. 2.200  
B. 1.320                      D. 1.920

Jawab :'

XXXXX → susunan angka-angka (G= Genap,J= Ganjil  
( terdiri dari 4 ganjil dan 1 genap)

GJJJJ → angka terakhir ( ke 5) harus ganjil (1,3,5,7,9) → 5 pilihan

JGJJJ

JJGJJ → 4 susunan

JJJGJ

susunan terdiri dari 4 angka ganjil dan 1 angka genap

Susunan 4 angka yg mungkin →  $\frac{4!}{3!1!} = \frac{4 \cdot 3!}{3!1!} = 4$

(misal ambil susuan GJJJJ)

Jumlah kemungkinan 4 angka pertama =  $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 96$

(angka genap → 4 angka (2,4,6,8)

(angka ganjil pertama → sudah terpakai 1 sehingga tersisa 4 angka)

(angka ganjil kedua → sudah terpakai 2 sehingga tersisa 3 angka)

(angka ganjil ketiga → sudah terpakai 3 sehingga tersisa 2 angka)

Banyaknya bilangan berbeda =  $96 \cdot 4 \cdot 5 = 1920$  cara → D

### SBMPTN 2017

Sebuah bilangan ganjil 5 angka diketahui memuat tepat 2 angka genap dan tidak memiliki angka berulang, serta tidak memuat angka 0. Banyak bilangan berbeda dengan ciri tersebut adalah . . . .

- A. 4.260                      C. 4.320                      E. 7.200  
B. 4.290                      D. 5.400

Jawab:

XXXXX → → susunan angka-angka (G= Genap,J= Ganjil)  
( terdiri dari 4 ganjil dan 2 genap)

GGJJ → angka terakhir ( ke 5) harus ganjil (1,3,5,7,9) → 5 pilihan

JGGJ

JJGG

JJGJ → 6 susunan

GJGJ

GJJG

Susunan 4 angka yg mungkin →  $\frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2 \cdot 2!} = 6$

(misal ambil susuan GGJJ)

Jumlah kemungkinan 4 angka pertama =  $4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 = 144$

(angka genap → 4 angka (2,4,6,8)

(angka genap kedua → sudah terpakai 1 sehingga tersisa 3 angka)

(angka ganjil pertama → sudah terpakai 1 sehingga tersisa 4 angka)

(angka ganjil kedua → sudah terpakai 2 sehingga tersisa 3 angka)

Banyaknya bilangan berbeda =  $144 \cdot 6 \cdot 5 = 4320$  cara → C

## MATRIKS

SBMPTN 2015

Jika  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ a & 4 \end{bmatrix}$  merupakan matriks yang mempunyai invers dan  $\det(B) = 4$ , maka hasil kali semua nilai  $a$  yang mungkin sehingga  $\det(A) = 16 \det((AB)^{-1})$  adalah ....

A. 6                      C. 20                      E. 60

B. 10                      D. 30

Jawab:

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ a & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \det(A) = 8 - a \rightarrow$  mempunyai invers berarti  $\det(A) \neq 0$  maka  $8 - a \neq 0 \rightarrow a \neq 8$

$\det(A) = 16 \det(AB)^{-1}$

$\Leftrightarrow \det(A) = \frac{16}{\det(A) \cdot \det(B)}$

$$\Leftrightarrow \det(A) \cdot \det(A) = \frac{16}{\det(B)} = \frac{16}{4} = 4$$

$$\Leftrightarrow (8-a)(8-a) = 4$$

$$\Leftrightarrow 64 - 16a + a^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 16a + 60 = 0$$

Ingat rumus perkalian dua akar =  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{A} = 60 = a_1 \cdot a_2 \rightarrow E$

## SBMPTN 2016

Diketahui matriks

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & 1 & b \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Jika  $a \neq 0$  dan  $AB$  tidak mempunyai invers, maka  $b = \dots$

(A) 0

(B)  $\frac{1}{3}$

(C)  $\frac{1}{2}$

(D) 1

(E) 3

Jawab :

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & 1 & b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & b+1 \\ a & 2b \end{pmatrix}$$

$AB$  tidak mempunyai invers maka  $\det|AB| = 0$

$$2a \cdot 2b - a(b+1) = 0$$

$$4ab - ab - a = 0$$

$$3ab - a = 0$$

$$a(3b - 1) = 0 \rightarrow \text{dari soal } a \neq 0$$

$$\text{karena } a \neq 0 \text{ maka } (3b - 1) = 0$$

$$3b = 1 \rightarrow b = 1/3 \rightarrow B$$

**SBMPTN 2017**

Misalkan  $A^T$  adalah transpose matriks  $A$  dan  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Jika  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$  sehingga  $2A + 3A^T = 15I$ , maka nilai  $a^2 + b^2$  adalah . . . .

- A. 2                                  C. 5                                  E. 9  
 B. 4                                  D. 8

Jawab:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow A^T = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Transpose adalah merubah baris menjadi kolom}$$

$$2A + 3A^T = 15I$$

$$\Leftrightarrow 2 \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 3 \end{pmatrix} = 15 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2a & 2b \\ 0 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3a & 0 \\ 3b & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 15 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 5a & 2b \\ 3b & 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 15 \end{pmatrix}$$

$$5a = 15 \rightarrow a = 3$$

$$3b = 0 \rightarrow b = 0$$

$$\text{Maka } a^2 + b^2 = 3^2 + 0 = 9 \rightarrow E$$

**SBMPTN 2017**

Transformasi yang bersesuaian dengan matriks  $A = \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix}$  memetakan titik  $(1,2)$  ke titik  $(4,2)$ . Jika transformasi yang sama memetakan titik  $(x,y)$  ke titik  $(12,6)$ , maka nilai  $x - y$  adalah . . . .

- A. -9                                  C. 0                                  E. 9  
 B. -3                                  D. 3

**Jawab**

$$\begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \rightarrow a = 2 \text{ dan } b = 2$$

$$\text{Maka matriks } A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2y \\ 2x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix} \rightarrow x = 3 \text{ dan } y = 6$$

Sehingga  $x - y = 3 - 6 = -3 \rightarrow B$

## BANGUN RUANG

### SBMPTN 2015

Diketahui persegi panjang  $ABCD$ . Jika panjang  $BE =$  panjang  $EF =$  panjang  $FC = 5$  cm dan panjang  $DG =$  panjang  $GH =$  panjang  $HC = 3$  cm, maka luas daerah yang diarsir adalah ....  $\text{cm}^2$ .



A. 22,5

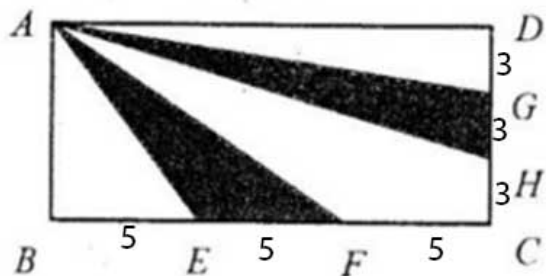
C. 60

E. 90

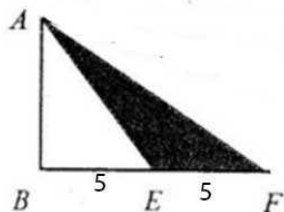
B. 45

D. 67,5

Jawab :



Luas daerah yg diarsir = Luas  $\triangle AEF$  + Luas  $\triangle AGH$



$$\text{Luas } \triangle AEF = \frac{1}{2} EF \times AB = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 9 = 22.5$$

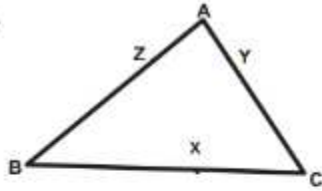




$$\text{Luas } \triangle AGH = \frac{1}{2} GH \times AD = \frac{1}{2} 3 \cdot 15 = 22.5$$

Luas daerah yg diarsir =  $22.5 + 22.5 = 45 \rightarrow B$

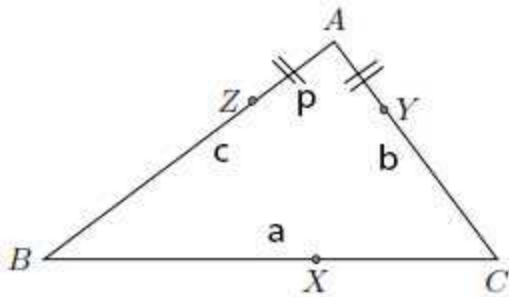
### SBMPTN 2016



Titik X, Y, dan Z terletak pada segitiga ABC sehingga  $AZ=AY$ ,  $BZ=BX$ ,  $CX=CY$  seperti pada gambar. Jika BC, CA, dan AB berturut-turut adalah  $a$  cm,  $b$  cm, dan  $c$  cm, maka  $2AY = \dots$  cm

- (A)  $a + b + c$
- (B)  $a - b + c$
- (C)  $a + b - c$
- (D)  $-a - b + c$
- (E)  $b + c - a$

**Jawab:**



$$AZ = AY = p$$

$$BZ = BX = c - p$$

$$CX = CY = b - p$$

$$BC = BX + CX$$

$$a = c - p + b - p$$

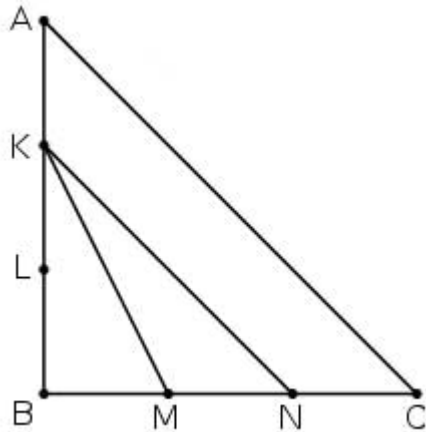
$$a = b + c - 2p$$

$$2p = b + c - a \rightarrow p = AY$$

$$2AY = b + c - a \rightarrow E$$

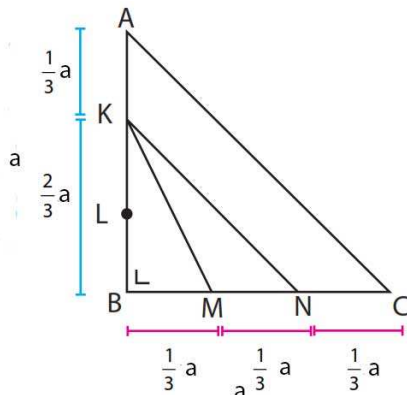
# SBMPTN 2017

Pada segitiga siku-siku samakaki  $ABC$ , sisi  $AB$  dan  $BC$  masing-masing terbagi menjadi tiga bagian yang sama, berturut-turut oleh titik  $K, L, M$  dan  $N$ . Jika luas segitiga  $ABC$  adalah  $x \text{ cm}^2$ , maka luas segitiga  $KMN$  adalah ...  $\text{cm}^2$



- A.  $\frac{x}{3}$                       C.  $\frac{x}{9}$                       E.  $\frac{x}{36}$   
 B.  $\frac{2x}{9}$                       D.  $\frac{x}{18}$

Jawab:



Karena  $\Delta ABC$  sama kaki maka  $AB = BC = a$  (  $a = \text{misal}$  )

$$AK = KL = LB = \frac{1}{3} a$$

$$BM = MN = NC = \frac{1}{3} a$$

$$\begin{aligned} \text{Luas } \Delta ABC &= \frac{1}{2} BC \cdot AB \\ &= \frac{1}{2} a \cdot a \\ &= \frac{1}{2} a^2 = x \rightarrow a^2 = 2x \end{aligned}$$

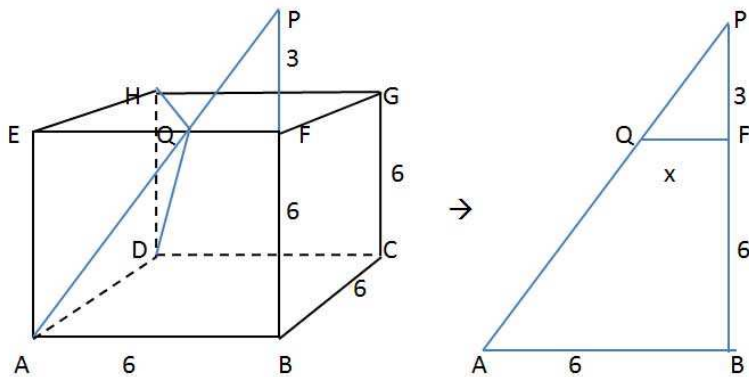
$$\begin{aligned} \text{Luas } \Delta KMN &= \frac{1}{2} MN \cdot KB \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} a \cdot \frac{2}{3} a \\ &= \frac{a^2}{9} = \frac{2x}{9} \rightarrow B \end{aligned}$$

**SBMPTN 2017**

Diketahui kubus  $ABCD.EFGH$  dengan titik  $P$  terletak pada perpanjangan  $BF$  sehingga  $FP = 3$  cm dan garis  $AP$  berpotongan dengan garis  $EF$  di titik  $Q$ . Jika panjang rusuk kubus tersebut adalah 6 cm, maka jarak  $Q$  ke  $D$  adalah ... cm.

- A.  $2\sqrt{13}$                       C.  $2\sqrt{22}$                       E.  $4\sqrt{11}$   
 B.  $2\sqrt{18}$                       D.  $4\sqrt{7}$

Jawab :



$\Delta ABP$  sebangun dengan  $\Delta QFP$

$$\text{Maka } \frac{x}{6} = \frac{3}{3+6} \rightarrow 9x = 18 \rightarrow x = 2$$

$$EQ = 6 - QF = 6 - 2 = 4$$

$\Delta EHQ$  siku-siku di  $E$  maka :

$$(EH)^2 + (EQ)^2 = (HQ)^2$$

$$6^2 + 4^2 = (HQ)^2$$

$$36 + 16 = (HQ)^2$$

$$(HQ)^2 = 52$$

$\Delta DHQ$  siku-siku di  $H$

$$(QD)^2 = (DH)^2 + (HQ)^2$$

$$= 6^2 + 52 = 88$$

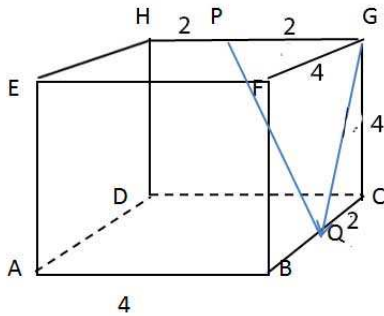
$$QD = \sqrt{88} = \sqrt{4 \cdot 22} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{22} = 2\sqrt{22} \rightarrow C$$

**SBMPTN 2017**

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan P dan Q berturut-turut adalah titik tengah HG dan BC. Jika panjang rusuk kubus tersebut adalah 4 cm, maka jarak P ke Q adalah .... Cm

- A.  $2\sqrt{3}$                       C.  $6\sqrt{2}$       E.  $6\sqrt{6}$   
 B.  $2\sqrt{6}$                       D.  $6\sqrt{3}$

Jawab :



GP adalah titik tengah HG =  $\frac{1}{2} \cdot 4 = 2$

$$\begin{aligned} (GQ)^2 &= (GC)^2 + (CQ)^2 \\ &= 4^2 + 2^2 = 20 \end{aligned}$$

Perhatikan  $\Delta GPQ$  siku-siku di G

$$(GP)^2 + (GQ)^2 = (PQ)^2$$

$$4 + 20 = (PQ)^2$$

$$(PQ)^2 = 24$$

$$PQ = \sqrt{24} = \sqrt{4 \cdot 6} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = 2\sqrt{6} \rightarrow B$$

# LIMIT

## SBMPTN 2016

Jika  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} ax^2 + b$  dan  $\lim_{x \rightarrow 2} ax^2 + b = 2$ ,

maka  $a - b = \dots$

- (A) -4
- (B) -2
- (C) 0
- (D) 2
- (E) 8

**Jawab :**

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x - 2) = -2 - 2 = -4$$

Sama saja dengan cara L'Hopital

$$\lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{2x}{1} \right) = 2 \cdot -2 = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} ax^2 + b = -4$$

maka

$$\lim_{x \rightarrow 1} ax^2 + b = a + b = -4 \quad ..(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} ax^2 + b = 4a + b = 2 \quad ..(2)$$

Substitusi (1) dan (2)

$$a + b = -4$$

$$4a + b = 2 \quad -$$

$$-3a = -6$$

$$a = 2$$

$$a + b = -4$$

$$b = -a - 4 = -2 - 4 = -6$$

$$\text{maka } a - b = 2 - (-6) = 2 + 6 = 8 \rightarrow \text{E}$$

## SBMPTN 2017

Jika kurva  $f(x) = ax^2 + bx + c$  memotong sumbu- $y$  di titik  $(0, 1)$  dan  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -4$ , maka  $\frac{b+c}{a} = \dots$

- A. -1                      C. 0                      E. 3/2  
B. - 1/2                    D. 1

Jawab:

Kurva memotong di sumbu  $y$  maka  $x = 0$ , di titik  $(0, 1)$  maka  $y = 1$

$$f(x) = ax^2 + bx + c \rightarrow \text{masukkan } x = 0$$

$$\text{Didapat } c = 1$$

Syarat limit adalah berbentuk  $\frac{0}{0} \rightarrow$  maka  $f(x) = f(1) = a + b + 1 = 0 \rightarrow a + b = -1 \dots (1)$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx + c}{x-1} = -4$$

Mempergunakan L'Hopital didapat

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2ax + b}{1} = 2a + b = -4 \dots (2)$$

Substitusi (1) dan (2)

$$a + b = -1$$

$$2a + b = -4 \quad -$$

$$-a = 3 \rightarrow a = -3$$

$$a + b = -1 \rightarrow b = -a - 1$$

$$b = 3 - 1 = 2$$

$$\text{maka } \frac{b+c}{a} = \frac{2+1}{-3} = -1 \rightarrow A$$

SBMPTN 2017

$$\int \sqrt{x} \left( x^2 - \frac{1}{x^2} \right) dx = \dots$$

A.  $\frac{2}{7}x^3\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} + C$

B.  $\frac{2}{7}x^3\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + C$

C.  $\frac{2}{7}x^3\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} + C$

D.  $\frac{2}{7}x^3\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} + C$

E.  $\frac{2}{7}x^3\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}} + C$

$$\begin{aligned} \int \sqrt{x} \left( x^2 - \frac{1}{x^2} \right) dx &= \int \left( x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{4}{2}} - x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{4}{2}} \right) dx \\ &= \int \left( x^{\frac{5}{2}} - x^{-\frac{3}{2}} \right) dx \\ &= \frac{1}{1+\frac{5}{2}} x^{1+\frac{5}{2}} - \frac{1}{1+(-\frac{3}{2})} x^{1+(-\frac{3}{2})} + C \\ &= \frac{1}{\frac{7}{2}} x^{\frac{7}{2}} - \frac{1}{-\frac{1}{2}} x^{-\frac{1}{2}} + C \\ &= \frac{2}{7} x^{\frac{6}{2}} x^{\frac{1}{2}} + 2 x^{-\frac{1}{2}} + C \\ &= \frac{2}{7} x^3 \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} + C \rightarrow A \end{aligned}$$