

STATISTIKA

Pengertian Statistika dan Statistik:

Statistika adalah ilmu pengetahuan yang membahas metode-metode ilmiah tentang cara-cara pengumpulan data, pengolahan, penganalisisan dan penarikan kesimpulan.

Statistik adalah kumpulan data, bilangan ataupun non bilangan yang disusun dalam tabel dan atau diagram yang menggambarkan suatu masalah

Statistika secara umum dibagi menjadi dua macam:

1. Statistika Deskriptif:

Meliputi kegiatan-kegiatan mengumpulkan dan mengelompokkan data, menyusun dan menyajikan data dalam bentuk tabel atau grafik yang mudah dipahami dan menganalisa tanpa mengambil kesimpulan.

2. Statistika Inferensia atau induktif:

Meliputi penganalisisan data agar diperoleh kesimpulan secara umum

Populasi dan Sampel:

Populasi : keseluruhan objek yang akan diambil datanya/ akan diteliti

Sampel : beberapa/sebagian populasi yang dipilih untuk diteliti

Datum, data, data kuantitatif, data kualitatif

Datum : informasi yang didapat dari pengamatan terhadap objek, dapat berupa angka atau lambang

Data : kumpulan dari datum-datum secara keseluruhan

Contoh : hasil ulangan Matematika 5 siswa sbb:

6 8 7 6 9

Angka masing-masing 6, 8, 7, 6, 9 disebut datum, keseluruhan angka-angka disebut data

Data Kuantitatif: data dalam bentuk angka atau bilangan

Terdiri dari 2 jenis:

1. Data diskrit atau cacahan : data diperoleh dengan cara menghitung atau mencacah
misal: data siswa kelas 3 yang tidak lulus UNAS
2. Data Kontinu/ukuran : data diperoleh dengan cara mengukur.
misal: data tentang berat siswa kelas 2 IPA

Data kualitatif : data berupa kategori yang menunjukkan keadaan fisik objek yang diamati

Terdiri dari 2 jenis:

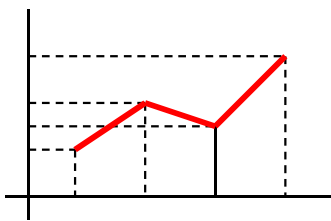
1. Data nominal: data yang memerlukan subbagian untuk melengkapi deskripsi data.
misal: warna kulit : sawo matang, putih, hitam
2. Data ordinal : data yang memerlukan pemeringkatan/tingkatan untuk melengkapi deskripsi data.
misal: Kecepatan siswa dalam merespon pelajaran: cepat, sedang, lambat.

Penyajian Data:

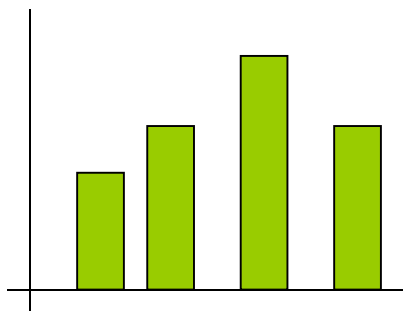
Data yang telah dikumpulkan perlu disusun dan disajikan dalam bentuk yang jelas dan baik agar mudah dipahami untuk keperluan laporan dan atau analisa lebih lanjut. Bentuk tersebut berupa tabel atau diagram.

1. Penyajian data dalam bentuk diagram

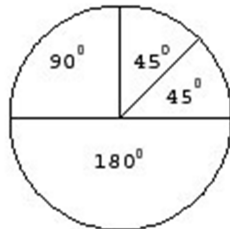
a. Diagram garis :



b. Diagram batang



c. Diagram lingkaran:



Daftar distribusi frekuensi:

Penyajian data berukuran besar ($n \geq 30$) dapat dilakukan dengan menggunakan daftar distribusi frekuensi

Nilai ulangan Matematika	Banyak siswa (f)
51 - 60	10
61 - 70	15
71 - 80	10
81 - 90	7
91 - 100	3

Kelas interval:

Banyak data dikumpulkan dalam kelompok yang disebut kelas interval

51 - 60 → kelas interval pertama



91 - 100 → kelas interval kelima

Frekuensi:

Bilangan yang menyatakan banyak data pada setiap kelas interval

Batas kelas:

Nilai-nilai ujung pada kelas interval.

Ujung atas disebut batas atas

Ujung bawah disebut batas bawah

51, 61, 71, 81, 91 disebut batas bawah

60, 70, 80, 90, 100 disebut batas atas

Tepi kelas:

a. jika ketelitian hingga satuan , maka

- tepi bawah kelas = batas bawah kelas - 0,5

- tepi atas kelas = batas atas kelas + 0,5

b. jika ketelitian hingga satu desimal, maka

- tepi bawah kelas = batas bawah kelas - 0,05

- tepi atas kelas = batas atas kelas + 0,05

c. jika ketelitian hingga dua desimal , maka

- tepi bawah kelas = batas bawah kelas - 0,005

- tepi atas kelas = batas atas kelas + 0,005

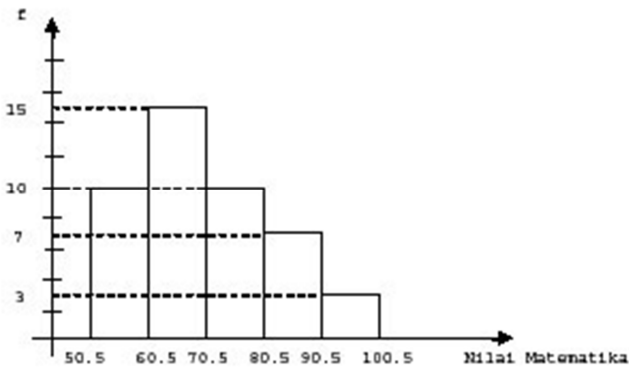
Panjang kelas:

Panjang kelas = tepi atas - tepi bawah

Histogram dan Poligram Frekuensi:

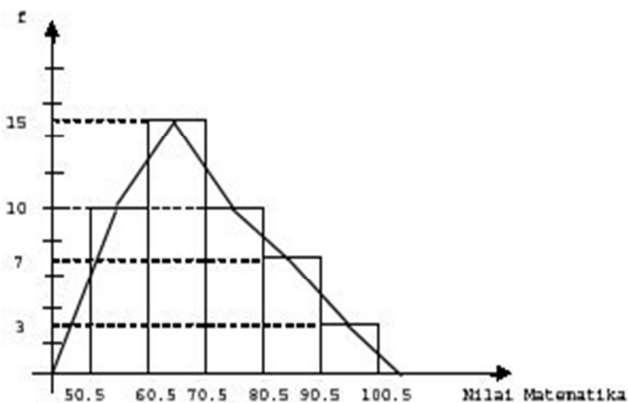
Histogram:

Untuk menyajikan data yang telah disusun dalam distribusi frekuensi menjadi diagram, dibuat 2 sumbu yang saling tegak lurus, sumbu datar untuk kelas interval (tepi bawah dan tepi atas), sumbu tegak untuk frekuensi



Poligram Frekuensi:

Tiap sisi atas batang yang berdekatan dihubungkan dengan sebuah garis dan sisi terakhir dihubungkan dengan setengah jarak kelas interval pada sumbu mendatar maka akan terbentuk poligram frekuensi.



DATA TUNGGAL

1. Ukuran Pemusatan :

Terdapat nilai statistika yang dapat dimiliki oleh sekumpulan data yang diperoleh yaitu :

a. Rata-rata

$$\text{Rata-rata} = \frac{\text{jumlah seluruh data}}{\text{banyaknya data}}$$

Misal $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ adalah sekumpulan data yang telah diurutkan maka:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \quad \text{atau} \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

\bar{x} dibaca **x bar** adalah satuan hitung yang biasa disebut dengan rata-rata atau mean

b. Rataan Sementara

Cara lain untuk menghitung rata-rata dengan cara menentukan rata-rata sementara yaitu dengan mengambil titik tengah sembarang kelas interval.

Misalnya diketahui data tunggal $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dan rata-rata sementara yang ditaksir adalah x_s maka rata-rata data tersebut adalah :

$$\bar{x} = x_s + \frac{\sum d_i}{n}$$

$$d_i = x_i - x_s$$

x_i = nilai interval (nilai data)

x_s = nilai rata-rata sementara (nilai tengah interval)

c. Median

Nilai tengah yang membagi seluruh data menjadi dua bagian yang sama setelah diurutkan

- Jika n ganjil maka mediannya adalah nilai data ke $\frac{n+1}{2}$ atau $\text{median} = x_{\frac{n+1}{2}}$
- Jika n genap maka mediannya adalah rata-rata nilai data ke $\frac{n}{2}$ dan nilai data ke $\frac{n}{2}+1$ atau
$$\text{median} = \frac{1}{2} \left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1} \right)$$

d. Modus

Data yang paling banyak muncul

2. Ukuran Letak:

a. Kuartil

Jika median membagi data menjadi 2 bagian yang sama maka kuartil membagi data menjadi 4 bagian yang sama.

Untuk menentukan kuartil dari suatu data yang telah diurutkan dapat dilakukan dengan membaginya menjadi 4 bagian juga dapat menggunakan rumus : $Q_i = \frac{x_{i(n+1)}}{4}$

dimana : Q_i = kuartil ke- i
 n = banyaknya data

b. Statistik lima serangkai

Terdiri dari :

- datum(nilai data) terkecil (x_{\min})
- datum terbesar (x_{\max})
- Kuartil pertama (Q_1)
- Kuartil kedua (Q_2)
- Kuartil ketiga (Q_3)

c. Rataan Kuartil

$$\text{Rataan Kuartil} = \frac{1}{2} (Q_1 + Q_3)$$

d. Rataan Tiga

$$\text{Rataan Tiga} = \frac{1}{4} (Q_1 + 2Q_2 + Q_3)$$

e. Desil

Ukuran yang membagi data menjadi 10 bagian yang sama besar, didapatkan 9 buah desil yaitu $D_1, D_2, D_3, \dots, D_9$

Untuk menentukan desil ke- i dapat digunakan rumus :

$$D_i = x_{\frac{i(n+1)}{10}}$$

D_i = desil ke- i

n = banyaknya datum (nilai data)

$$x_{\frac{i(n+1)}{10}} = \text{datum pada urutan ke } \frac{i(n+1)}{10}$$

3. Ukuran Penyebaran :

a. Jangkauan Data

Selisih antara nilai data terbesar dengan data yang terkecil

$$J = x_{\max} - x_{\min}$$

b. Jangkauan Antar Kuartil (Hampan)

Selisih antara Kuartil ketiga dengan kuartil pertama

$$H = Q_3 - Q_1$$

c. Simpangan Kuartil (Jangkauan semi antar kuartil)

adalah setengah dari hampan.

$$Q_d = \frac{1}{2} H = \frac{1}{2} (Q_3 - Q_1)$$

d. Langkah (L)

$$L = \frac{3}{2}(Q_3 - Q_1)$$

e. Pagar Dalam

$$\text{Pagar Dalam} = Q_1 - L$$

f. Pagar Luar

$$\text{Pagar Luar} = Q_3 + L$$

g. Simpangan Rata-Rata (SR)

Seberapa jauh penyebaran nilai-nilai data terhadap nilai rata-rata.

$$SR = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$$

n = banyaknya data

x_i = data ke i

\bar{x} = rata-rata

h. Ragam

Rata-rata kuadrat jarak suatu data dari nilai rata-ratanya

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

n = banyaknya data

x_i = data ke i

\bar{x} = rata-rata

i. Simpangan Baku/ Standar Deviasi

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

DATA BERKELOMPOK

1. Ukuran Pemusatan Data

a. Rataan hitung:

Misalnya diketahui data dalam daftar distribusi frekuensi .

Rataan data tersebut adalah :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

k = banyaknya kelas

f_i = frekuensi pada kelas ke-i

$\sum_{i=1}^k f_i = n$ = menyatakan banyaknya data

b. Rataan Sementara

Misalnya diketahui titik tengah kelas

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ yang masing-masing

mempunyai frekuensi $f_1, f_2, f_3, \dots, f_k$ maka rata-rata datanya adalah:

$$\bar{x} = x_s + \frac{\sum f_i \cdot d_i}{\sum f_i}$$

x_s = rata-rata sementara

$d_i = x_i - x_s$

$\sum f_i = n$ menyatakan banyaknya data

c. Modus

Modus dari suatu data berkelompok adalah:

$$M_0 = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c$$

M_0 = modus data berkelompok

L = tepi bawah kelas modus

c = panjang kelas (tepi atas – tepi bawah kelas modus)

Δ_1 = selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sebelumnya

Δ_2 = selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sesudahnya

Contoh:

Nilai ulangan Matematika	Banyak siswa (f)
51 - 60	10
61 - 70	15
71 - 80	8
81 - 90	7
91 - 100	3

Letak modus data di atas adalah pada kelas ke 2 (jumlah frekuensi terbesar yaitu 15)

$$L = \text{tepi bawah} = 61 - 0.5 = 60.5$$

$$\Delta_1 = 15 - 10 = 5 \quad (10 \text{ adalah frekuensi kelas sebelumnya})$$

$$\Delta_2 = 15 - 8 = 7 \quad (8 \text{ adalah frekuensi kelas sesudahnya})$$

$$c = 70.5 - 60.5 = 10$$

Sehingga modus dari data berkelompok tersebut bisa didapat dengan memasukkan angka-angka di atas ke dalam rumus.

$$\begin{aligned} M_0 &= L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c \\ &= 60.5 + \left(\frac{5}{5+7} \right) \cdot 10 \\ &= 60.5 + 4,167 = 64.667 \end{aligned}$$

d. Median

Median data berkelompok adalah:

$$\text{Median} = L + \left(\frac{\frac{n}{2} - f_k}{f} \right) c$$

L = tepi bawah kelas median

n = banyaknya data

f_k = frekuensi kumulatif kelas sebelum median

f = frekuensi kelas median

c = panjang kelas

2. Ukuran Letak Data

a. Kuartil

Kuartil data berkelompok dirumuskan sbb:

$$Q_i = L_i + \left(\frac{\frac{i \cdot n}{4} - f_k}{f} \right) c$$

i = 1,2,3

L_i = tepi bawah kuartil ke-i

n = banyaknya data

f_k = frekuensi kumulatif kelas sebelum kuartil ke-i

f = frekuensi kelas kuartil ke-i

c = lebar kelas

b. Desil

Desil data berkelompok didapat dengan rumus:

$$D_i = L_i + \left(\frac{\frac{i \cdot n}{10} - f_k}{f} \right) c$$

i = 1,2,3, ..., 9

L_i = tepi bawah kelas interval yang memuat D_i

n = banyaknya data

f_k = jumlah frekuensi semua kelas interval sebelum kelas interval yang memuat D_i

f = frekuensi kelas interval yang memuat D_i

c = lebar kelas interval

3. Ukuran Penyebaran Data

a. Jangkauan:

$$H = Q_3 - Q_1$$

b. Simpangan Kuartil

$$Q_d = \frac{1}{2} (Q_3 - Q_1)$$

c. Langkah

$$L = \frac{3}{2} (Q_3 - Q_1)$$

d. Pagar dalam

$$\text{Pagar Dalam} = Q_1 - L$$

e. Pagar Luar

$$\text{Pagar Luar} = Q_3 + L$$

f. Simpangan Rata-rata

$$SR = \frac{\sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

g. Ragam

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

h. Koefisien Keragaman (v)

$$(v) = \frac{S}{\bar{x}} \times 100\%$$

S = Simpangan baku

\bar{x} = Rataan hitung

i. Angka Baku (Z)

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{S}$$

Contoh Soal:

UN2010 – UN2012

UN2010

1. Data yang diberikan dalam tabel frekuensi sebagai berikut :

Nilai	Frekuensi
20 – 29	3
30 – 39	7
40 – 49	8
50 – 59	12
60 – 69	9
70 – 79	6
80 – 89	5

Modus dari data pada tabel adalah

- A. $49,5 - \frac{40}{7}$ C. $49,5 + \frac{36}{7}$ E. $49,5 + \frac{48}{7}$
B. $49,5 - \frac{36}{7}$ D. $49,5 + \frac{40}{7}$

Jawab:

Modus dari suatu data berkelompok adalah:

$$M_0 = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c$$

Modus berada pada frekuensi yang terbanyak yaitu kelas ke 4 dengan frekuensi 12

$$L = \text{tepi bawah kelas modus} = 50 - 0,5 = 49,5$$

$$c = \text{panjang kelas (tepi atas - tepi bawah kelas modus)} = 59,5 - 49,5 = 10$$

$$\Delta_1 = \text{selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sebelumnya} = 12 - 8 = 4$$

$\Delta_2 = \text{selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sesudahnya} = 12 - 9 = 3$

$$M_0 = 49,5 + \left(\frac{4}{4+3} \right) 10 = 49,5 + \frac{40}{7}$$

Jawabannya adalah D

UN2011

2. Modus dari data pada tabel berikut adalah ...

- A. $20,5 + \frac{3}{4} \cdot 5$ C. $20,5 + \frac{3}{7} \cdot 5$ E. $20,5 - \frac{3}{7} \cdot 5$
B. $20,5 + \frac{3}{25} \cdot 5$ D. $20,5 - \frac{3}{4} \cdot 5$

Jawab:

Letak modus data di atas adalah pada kelas ke 5 (jumlah frekuensi terbesar yaitu 25)

$$M_0 = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c$$

$M_0 = \text{modus data berkelompok}$

$$L = \text{tepi bawah kelas modus} = 21 - 0,5 = 20,5$$

$$c = \text{panjang kelas (tepi atas - tepi bawah kelas modus)} = 25,5 - 20,5 = 5$$

$$\Delta_1 = \text{selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sebelumnya} = 25 - 22 = 3$$

$$\Delta_2 = \text{selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sesudahnya} = 25 - 21 = 4$$

$$M_0 = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c = 20,5 + \left(\frac{3}{3+4} \right) \cdot 5 = 20,5 + \frac{3}{7} \cdot 5$$

Jawabannya adalah C

UN2012

3. Data yang diberikan dalam tabel frekuensi sebagai berikut:

Kelas	Frekuensi
20 – 29	3
30 – 39	7
40 – 49	8
50 – 59	12
60 – 69	9
70 – 79	6
80 – 89	5

Nilai modus dari data pada tabel adalah

- A. $49,5 - \frac{40}{7}$ C. $49,5 + \frac{36}{7}$ E. $49,5 + \frac{48}{7}$
 B. $49,5 - \frac{36}{7}$ D. $49,5 + \frac{40}{7}$

Jawab:

Modus dari suatu data berkelompok adalah:

$$M_0 = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c$$

M_0 = modus data berkelompok → kelas 50 – 59 adalah kelas modus karena mempunyai frekuensi yang terbanyak (12)

L = tepi bawah kelas modus → $50 - 0,5 = 49,5$

c = panjang kelas (tepi atas – tepi bawah kelas modus) → $59,5 - 49,5 = 10$

Δ_1 = selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sebelumnya → $12 - 8 = 4$

Δ_2 = selisih frekuensi kelas modus dengan frekuensi kelas sesudahnya → $12 - 9 = 3$

$$\begin{aligned} M_0 &= L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c \\ &= 49,5 + \left(\frac{4}{4 + 3} \right) \cdot 10 \\ &= 49,5 + \frac{40}{7} \end{aligned}$$

Jawabannya D