

BAB XI

PERSAMAAN GARIS LURUS

A. Pengertian Pesamaan Garis Lurus

Persamaan garis lurus adalah suatu fungsi yang apabila digambarkan ke dalam bidang Cartesius akan berbentuk garis lurus. Garis lurus ini mempunyai nilai kemiringan suatu gris yang dinamakan Gradien (m).

Bentuk umum :

$$y = mx + c$$

dimana:

m = gradien (kemiringan garis)

c = konstanta

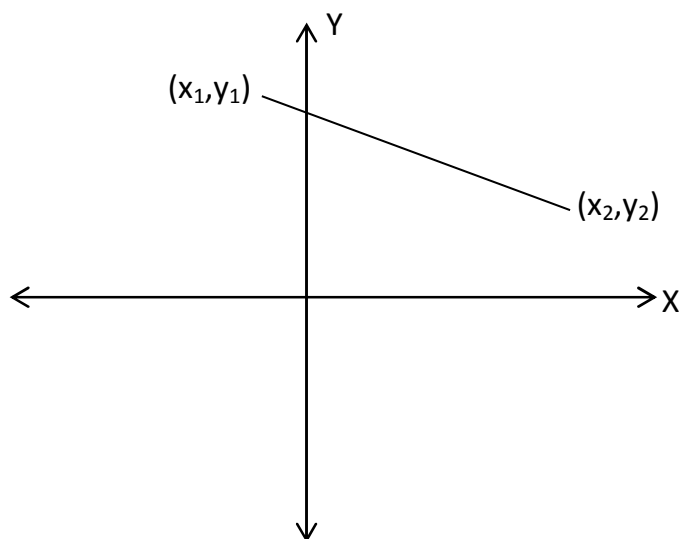
B. Gradien Garis Lurus (m)

Gradien adalah nilai yang menyatakan kemiringan suatu garis yang dinyatakan dengan m.

Untuk mencari nilai gradien suatu garis dapat dilakukan dengan beberapa cara yaitu:

1. Garis melalui dua titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2)

$$\text{Gradiennya } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



contoh soal:

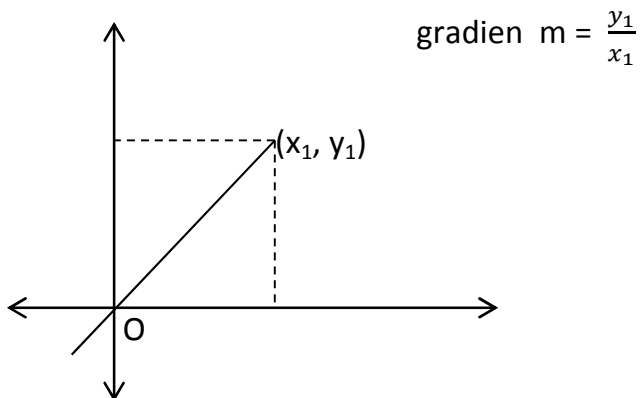
gradien garis lurus yang melalui titik (5,2) dan (-1,8) adalah....

Jawab:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \rightarrow x_1 = 5 ; x_2 = -1 ; y_1 = 2 \text{ dan } y_2 = 8$$

$$m = \frac{8-2}{-1-5} = \frac{6}{-6} = -1$$

2. Garis melalui pusat koordinat 0 dan melalui titik (x_1, y_1)



contoh:

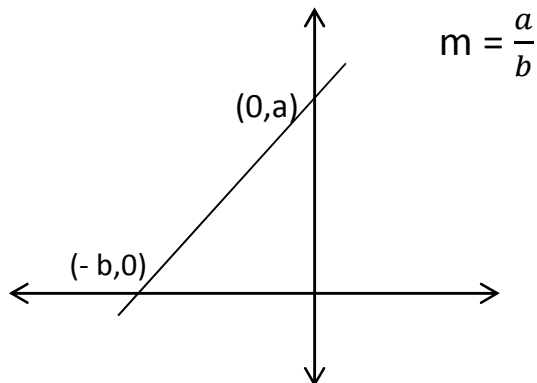
Gradien garis lurus melalui titik (0,0) dan (4,8) adalah....

Jawab:

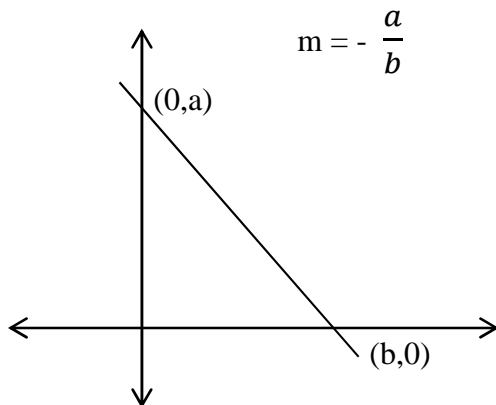
$$m = \frac{y_1}{x_1} \rightarrow x_1 = 4 ; y_1 = 8$$
$$= \frac{8}{4} = 2$$

3. Garis memotong kedua sumbu

a. Garis miring ke kanan



b. Garis miring ke kiri



4. Persamaan garis $ax + by + c = 0$ maka

$$\text{gradiennya } (m) = \frac{\text{koefisien } x}{\text{koefisien } y} = -\frac{a}{b}$$

contoh:

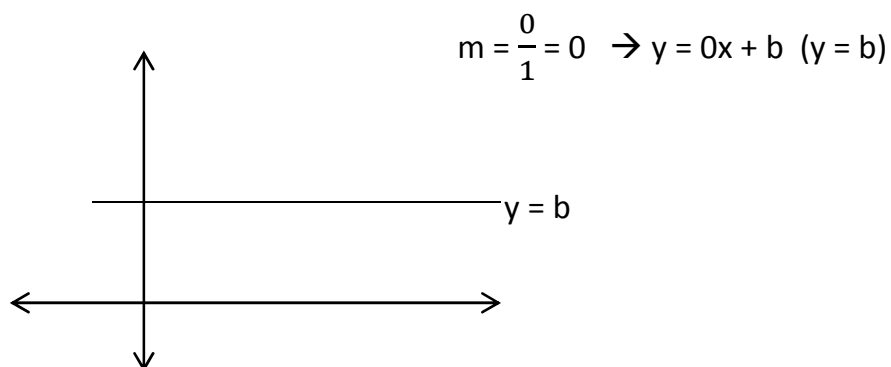
Gradien garis dengan persamaan $2x - y - 5 = 0$ adalah...

Jawab:

$$2x - y - 5 = 0 \rightarrow ax + by + c = 0, \text{ maka } a = 2 ; b = -1 \text{ dan } c = -5$$

$$m = -\frac{a}{b} = -\frac{2}{-1} = 2$$

5. Garis sejajar sumbu x



contoh:

Gradien garis $y = 4$ adalah....

jawab:

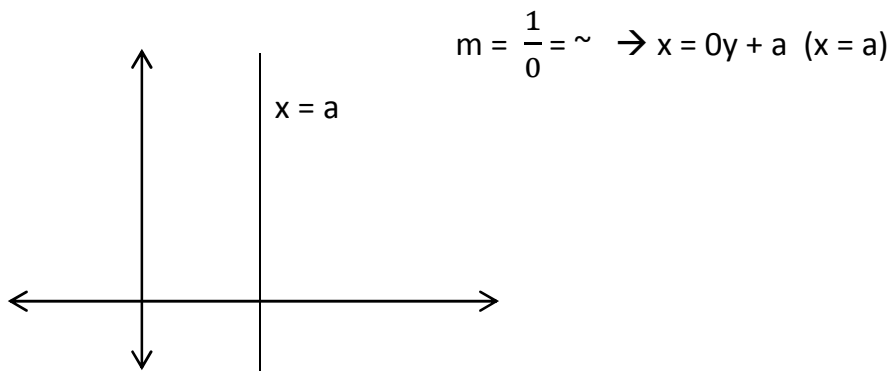
$$y = mx + c \rightarrow y = 0x + 4$$

dijadikan ke bentuk persamaan $ax + by + c = 0$ menjadi

$$0x - y + 4 = 0 \rightarrow a = 0 ; b = -1$$

$$m = \frac{\text{koefisien } x}{\text{koefisien } y} = -\frac{a}{b} = -\frac{0}{-1} = 0$$

6. Garis sejajar sumbu y



contoh:

gradien garis $x = 2$ adalah....

Jawab:

$$y = mx + c \rightarrow mx = y - c \rightarrow x = 0y + 2$$

dijadikan ke bentuk persamaan $ax + by + c = 0$ menjadi

$$x - 0y - 2 = 0 \rightarrow a = 1; b = 0$$

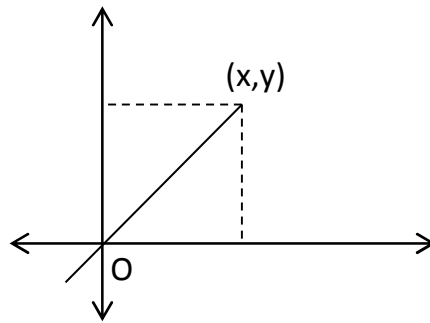
$$m = \frac{\text{koefisien } x}{\text{koefisien } y} = -\frac{a}{b} = -\frac{1}{0} = \sim$$

C. Menentukan Persamaan Garis Lurus

1. Persamaan garis yang melalui titik O (0,0) dan bergradien m.

Persamaan garisnya :

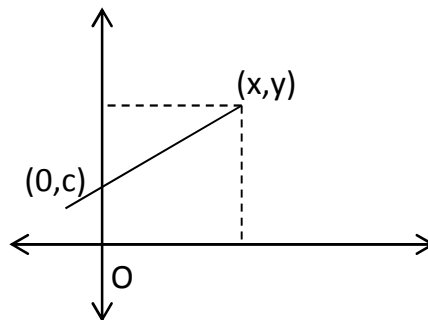
$$y = mx$$



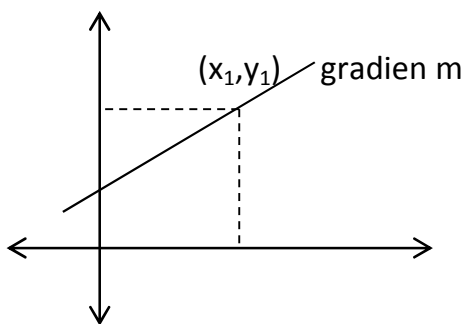
2. Persamaan garis yang melalui titik (0,c) dan bergradien m

Persamaan garisnya:

$$y = mx + c$$



3. Persamaan garis yang melalui titik (x_1, y_1) dan bergradien m



Persamaan garisnya:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

contoh:

persamaan garis lurus melalui titik (5,10) dan bergradien 2 adalah...

Jawab:

Persamaan garisnya:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow m = 2 ; x_1 = 5 ; y_1 = 10$$

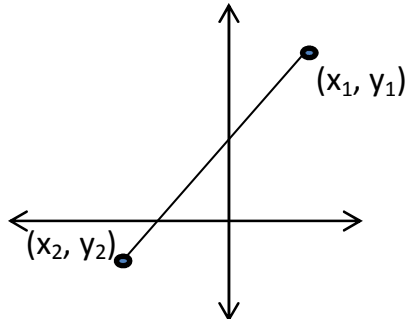
$$y - 10 = 2(x - 5)$$

$$y - 10 = 2x - 10$$

$$y = 2x - 10 + 10$$

$$y = 2x$$

4. Persamaan garis yang melalui titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2)



Persamaan garisnya:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

contoh:

Persamaan garis lurus melalui titik $(2,4)$ dan $(-3,-2)$ adalah....

Jawab:

persamaan garisnya:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \rightarrow x_1 = 2 ; x_2 = 4 ; y_1 = -3 ; y_2 = -2$$

$$\frac{y - (-3)}{-2 - (-3)} = \frac{x - 2}{4 - 2}$$

$$\frac{y + 3}{1} = \frac{x - 2}{2}$$

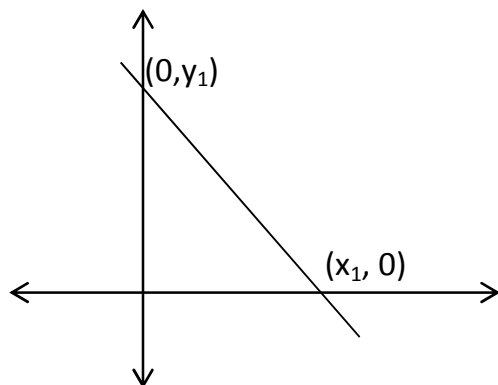
$$2(y + 3) = x - 2$$

$$2y + 6 = x - 2$$

$$2y = x - 2 - 6$$

$$2y = x - 8$$

5. Persamaan garis yang memotong sumbu x dan sumbu y di titik $(x_1, 0)$ dan $(0, y_1)$



Persamaan garisnya:

$$y_1 \cdot x + x_1 \cdot y = x_1 \cdot y_1$$

contoh:

Persamaan garis lurus melalui titik $(4,0)$ dan $(0,8)$ adalah....

Jawab:

persamaan garisnya:

$$y_1 \cdot x + x_1 \cdot y = x_1 \cdot y_1 \rightarrow x_1 = 4 \text{ dan } y_1 = 8$$

$$8x + 4y = 4 \cdot 8$$

$$8x + 4y = 32$$

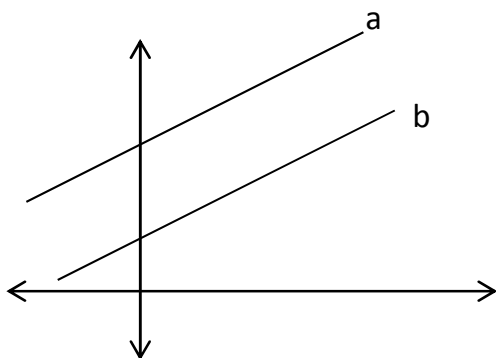
$$2x + y = 8$$

$$y = 8 - 2x$$

D. Hubungan antara dua Garis Lurus

1. Gradien dua garis sejajar

gradien dua garis lurus adalah sama



Garis a sejajar dengan garis b.

Jika gradien garis a = m_a dan gradien garis b = m_b , maka

$$m_a = m_b$$

Persamaan garis yang sejajar dengan garis $ax + by + c = 0$ dan melalui titik (x_1, y_1) adalah $ax + by = ax_1 + by_1$

contoh :

Persamaan garis yang melalui titik (2,3) dan sejajar dengan garis $3x+5y - 15 = 0$ adalah...

Jawab:

cara1:

cari gradien garis $3x+5y - 15 = 0 \rightarrow 5y = -3x + 15$

$$y = \frac{-3}{5}x + 3 \rightarrow \text{gradiennya} = m = -\frac{3}{5}$$

Karena sejajar maka persamaan garis yang dicari gradiennya adalah sama.

Persamaan garis yang melalui titik (2,3) dengan gradien $m = -\frac{3}{5}$ adalah

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow x_1 = 2 ; y_1 = 3$$

$$y - 3 = -\frac{3}{5}(x - 2)$$

$$y - 3 = -\frac{3}{5}x + \frac{6}{5} \rightarrow \text{dikali 5}$$

$$5y - 15 = -3x + 6$$

$$3x + 5y = 21$$

cara2:

Persamaan garis yang sejajar dengan garis $ax + by + c = 0$ dan melalui titik (x_1, y_1) adalah $ax + by = ax_1 + by_1$

Garis $3x+5y - 15 = 0$, melalui titik (2,3)

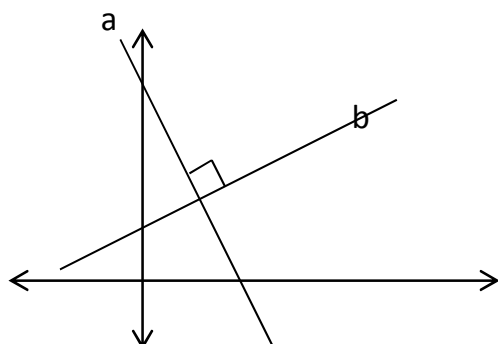
$$a = 3 ; b = 5 ; x_1 = 2 ; y_1 = 3$$

Persamaan garisnya:

$$3x + 5y = 3 \cdot 2 + 5 \cdot 3$$

$$3x + 5y = 21$$

2. Gradien dua garis tegak lurus



Garis a sejajar dengan garis b.
Jika gradien garis a = m_a dan
gradien garis b = m_b , maka
 $m_a \times m_b = -1$ atau $m_a = \frac{-1}{m_b}$

Persamaan garis yang tegak lurus dengan garis $ax + by + c = 0$ dan melalui titik (x_1, y_1) adalah $ay - bx = ay_1 - bx_1$

contoh:

Persamaan garis lurus melalui titik (3,5) dan tegak lurus garis $2x + y - 5 = 0$ adalah...

Jawab:

Cara1:

Ditentukan dulu gradien garis $2x + y - 5 = 0$

$$y = -2x + 5 \rightarrow \text{gradiennya} = m = -2$$

Karena tegak lurus maka gradien persamaan melalui titik (3,5) = $\frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$

Persamaan garis lurus melalui titik (3,5) dengan gradien $\frac{1}{2}$ adalah:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow x_1 = 3 ; y_1 = 5$$

$$y - 5 = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$y - 5 = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \rightarrow \text{dikalikan 2}$$

$$2y - 10 = x - 3$$

$$2y - x = 7$$

Cara2:

Persamaan garis yang tegak lurus dengan garis $ax + by + c = 0$ dan melalui titik (x_1, y_1) adalah $ay - bx = ay_1 - bx_1$

Garis $2x + y - 5 = 0$ melalui titik $(3,5)$ adalah

$$a = 2 ; b=1 ; x_1 = 3 ; y_1 = 5$$

Persamaan garisnya

$$2y - x = 2 \cdot 5 - 1 \cdot 3$$

$$2y - x = 7$$

E. Menentukan titik potong dari dua garis lurus

Titik potong dari dua garis lurus dapat dilakukan dengan 2 cara:

1. Substitusi

Dengan memasukkan salah satu variabel dari persamaan yang satu ke persamaan yang lain.

2. Eliminasi

Dengan mengeliminasi (menghilangkan) salah satu variabel dengan cara menyamakan variabel yang akan dieliminasi.

contoh:

Tentukan titik potong garis $2x + y - 6 = 0$ dengan garis $2y - x - 7 = 0$

Jawab:

Cara 1 (substitusi):

$$2x + y - 6 = 0 \quad \dots(1)$$

$$2y - x - 7 = 0 \rightarrow x = 2y - 7 \dots(2)$$

Substitusi (2) ke (1)

$$2(2y-7) + y - 6 = 0$$

$$4y - 14 + y - 6 = 0$$

$$5y - 20 = 0$$

$$5y = 20$$

$$y = 4$$

masukkan nilai y ke (1) lagi:

$$2x + 4 - 6 = 0$$

$$2x - 2 = 0$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

diperoleh titik potongnya adalah (1,4)

Cara 2 (eliminasi):

$$2x + y - 6 = 0$$

$$2y - x - 7 = 0 \rightarrow x - 2y + 7 = 0$$

Eliminasi variabel x

$$2x + y - 6 = 0 \quad |x \ 1| \Leftrightarrow 2x + y - 6 = 0$$

$$x - 2y + 7 = 0 \quad |x \ 2| \Leftrightarrow \underline{2x - 4y + 14 = 0} \quad -$$

$$5y - 20 = 0$$

$$5y = 20$$

$$y = 4$$

masukkan $y = 4$:

$$2 \cdot 4 - x - 7 = 0$$

$$8 - x - 7 = 0$$

$$1 - x = 0$$

$$x = 1$$

didapat titik potong (1,4)