

## BAB II BENTUK ALJABAR

### A. Pengertian Bentuk Aljabar

1.  $x, 2y, x+3y, 3p+5q, a^2 + b + 3$  disebut bentuk aljabar
2.  $ax^2 + bx + c = 0$  ;  $a, b, c, x$  dan  $0$  adalah lambang-lambang aljabar  $a$  dan  $b$  disebut koefisien ;  $c$  disebut konstanta ;  $x^2$  dan  $x$  disebut variabel
3.  $2x^2$  ;  $2$  disebut koefisien dan  $x^2$  disebut variabel  
 $5q$  ;  $5$  disebut koefisien dan  $q$  disebut variabel
4.  $2x$  dan  $3x$  merupakan dua suku sejenis  
 $5x^2$  dan  $7x$  merupakan dua suku tidak sejenis

### B. Operasi Pada Bentuk Aljabar

#### 1. Penjumlahan dan Pengurangan

Suku-suku yang dapat dijumlahkan/dikurangkan adalah suku-suku yang sejenis, yang dijumlahkan/dikurangkan adalah koefisiennya

##### a. Penjumlahan

$$ax + bx = (a+b)x$$

$$ax + b + cx + d = (a+c)x + (b+d)$$

contoh:

$$1. 7x + 3x = ?$$

$$2. -2x^2 - 3x^2 = ?$$

$$3. 2x^2 - 3 + x^2 - 4 = ?$$

Jawab :

$$1. 7x + 3x = (7+3)x = 10x$$

$$2. -2x^2 - 3x^2 = (-2-3)x^2 = -5x^2$$

$$3. 2x^2 - 3 + x^2 - 4 = (2+1)x^2 + (-3-4) = 3x^2 - 7$$

## b. Pengurangan

$$ax - bx = (a-b)x$$

$$ax - b - cx - d = (a - c)x - (b+d)$$

contoh :

1.  $7x - 3x = ?$

2.  $5x - 8 - 2x - 1 = ?$

jawab :

1.  $7x - 3x = (7-3)x = 4x$

2.  $5x - 8 - 2x - 1 = (5-2)x - (8+1) = 3x - 9$

## 2. Perkalian dan Pembagian

- Perkalian

### a. Perkalian konstanta dengan bentuk aljabar

$$a(bx+cy) = abx + acy$$

contoh :

1.  $5(2x+4y) = 10x + 20y$

2.  $-3(3x-2y) = -9x + 6y$

### b. Perkalian bentuk aljabar dengan bentuk aljabar

$$ax(bx+cy) = abx^2 + acxy$$

$$ay(bx+cy) = abxy + acy^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + bx + ax + ab$$

contoh :

1.  $3x(2x+3y) = 6x^2 + 9xy$

2.  $(3x+y)(x-2y) = 3x \cdot x + (3x \cdot -2y) + y \cdot x + (y \cdot -2y)$

$$= 3x^2 + (-6xy) + xy + (-2y^2)$$

$$= 3x^2 - 5xy - 2y^2$$

- Pembagian

Contoh:

$$1. (8x+4):4 = \frac{8x+4}{4} = \frac{1}{4}(8x+4) = 2x+1$$

$$2. 12a^2 : 3a = \frac{12a^2}{3a} = \frac{12 \cancel{a} a}{\cancel{3} a} = 4a$$

### 3. Pemangkatan

Sifat-sifat pemangkatan bilangan bulat berlaku juga pada pemangkatan bentuk aljabar.

Contoh:

$$1. (3x)^2 = 3x \cdot 3x = 9x^2$$

$$2. (2xy)^2 = 2xy \cdot 2xy = 4x^2y^2$$

a. Pemangkatan bentuk aljabar dalam bentuk  $x + y$

contoh:

$$\begin{aligned}(x+y)^2 &= (x+y)(x+y) \\ &= (x+y)x + (x+y)y \\ &= x^2 + xy + xy + y^2 \\ &= x^2 + 2xy + y^2\end{aligned}$$

b. Pemangkatan bentuk aljabar dalam bentuk  $x - y$

contoh:

$$\begin{aligned}(x-y)^2 &= (x-y)(x-y) \\ &= (x-y)x - (x-y)y \\ &= x^2 - xy - xy + y^2 \\ &= x^2 - 2xy + y^2\end{aligned}$$

Pemangkatan bentuk-bentuk aljabar dapat dilakukan dengan menggunakan kaidah Segitiga Pascal sbb:

$$\begin{array}{l}
 (x+y)^0 = 1 \qquad \qquad \qquad \rightarrow \qquad \qquad \qquad 1 \\
 (x+y)^1 = x + y \qquad \qquad \rightarrow \qquad \qquad 1 \qquad \qquad 1 \\
 (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \qquad \rightarrow \qquad 1 \qquad \qquad 2 \qquad \qquad 1 \\
 (x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \qquad \rightarrow \qquad 1 \qquad 3 \qquad \qquad 3 \qquad 1 \\
 (x+y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 \rightarrow 1 \qquad 4 \qquad 6 \qquad 4 \qquad 1 \\
 \text{dan seterusnya} \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{dan seterusnya}
 \end{array}$$

Perpangkatan bentuk aljabar  $(x-y)^n$  dengan n bilangan asli juga menggunakan kaidah Segitiga Pascal, akan tetapi tanda setiap koefisiennya berganti dari (+) untuk suku ganjil dan (-) untuk suku genap.

$$\begin{array}{l}
 (x - y)^0 = 1 \\
 (x - y)^1 = x - y \\
 (x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 \\
 (x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 \\
 (x - y)^4 = x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4 \\
 \text{dan seterusnya}
 \end{array}$$

#### 4. Pemfaktoran

##### a. Bentuk distributif

$$ax \pm ay = a(x \pm y) \rightarrow a \text{ bisa koefisien atau variabel}$$

contoh:

$$3x + 9y = 3(x + 3y) \rightarrow a \text{ berbentuk koefisien}$$

$$ax - ay = a(x - y) \rightarrow a \text{ berbentuk variabel}$$

##### b. Selisih kuadrat

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

contoh:

$$x^2 - 4^2 = x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$$

c. Kuadrat sempurna

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$$

contoh:

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$$

$$x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$$

d. Bentuk  $ax^2 + bx + c = 0$  dimana  $a = 1$

$$ax^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$$

dengan  $m + n = b$  dan  $m \cdot n = c$

Contoh:

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + 3)$$

$$m + n = 7 \text{ dan } m \cdot n = 12$$

yang memenuhi adalah  $m = 4$  dan  $n = 3$  atau  $m = 3$  dan  $n = 4$

e. Bentuk  $ax^2 + bx + c = 0$  dimana  $a \neq 1$

$$a \cdot c = m \cdot n \text{ dan } m + n = b$$

Contoh:

$$2x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$2 \cdot 1 = m \cdot n \text{ dengan syarat } m + n = 3$$

yang memenuhi adalah  $m = 2$  dan  $n = 1$  atau sebaliknya

maka

$$2x^2 + 3x + 1 = 0 \text{ menjadi } 2x^2 + 2x + x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2x(x + 1) + 1(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow (2x + 1)(x + 1)$$

## C. Operasi Pecahan dalam Aljabar

Dalam Bentuk Aljabar juga dapat berupa pecahan

Contoh:

$$\frac{x}{y+z}, \frac{5}{x+2}, \frac{x}{3y}, \frac{3x-x^2}{ax+by}, \text{ dan sebagainya}$$

### 1. Penjumlahan dan Pengurangan

Konsep penjumlahan dan pengurangan pecahan dalam bentuk aljabar sama dengan penjumlahan/pengurangan pecahan biasa yaitu dengan menyamakan penyebutnya terlebih dahulu.

Contoh:

$$1. \frac{x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{2x}{6} + \frac{3x}{6} = \frac{5x}{6}$$

$$2. \frac{5}{(x+2)} - \frac{3}{(x+1)} = \frac{5(x+1) - 3(x+2)}{(x+2)(x+1)}$$
$$= \frac{5x+5 - 3x-6}{x^2+3x+2}$$
$$= \frac{2x-1}{x^2+3x+2}$$

### 2. Perkalian dan Pembagian

#### a. Perkalian

Pada perkalian bentuk pecahan penyelesaiannya dengan cara mengalikan pembilang dengan pembilang dan penyebut dengan penyebut.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

contoh:

$$\frac{2x}{y} \times \frac{y}{(1+x^2)} = \frac{2xy}{(1+x^2)y} = \frac{2x}{(1+x^2)}$$

#### b. Pembagian

Pada pembagian bentuk pecahan penyelesaiannya sama dengan bentuk pecahan biasa.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Contoh:

$$\frac{6}{x^2} : \frac{2}{x} = \frac{6}{x^2} : \frac{x}{2} \rightarrow \frac{\cancel{6}^3}{x^{\cancel{2}}^1} : \frac{\cancel{x}^1}{\cancel{2}^2}$$

$$= \frac{3}{x}$$

### 3. Pemangkatan

Pemangkatan pecahan bentuk aljabar adalah perkalian pecahan bentuk aljabar itu sendiri sebanyak n kali.

contoh:

$$\left(\frac{3x}{y^2}\right)^2 = \frac{3x}{y^2} \times \frac{3x}{y^2} = \frac{9x^2}{y^4}$$

## D. Menyederhanakan Pecahan Bentuk Aljabar

Penyederhanaan pecahan bentuk aljabar dapat dilakukan dengan menggunakan operasi bentuk aljabar. Faktorkan pembilang dan penyebut kemudian faktor yang sama dari pembilang dan penyebut dibagi.

Contoh:

$$1. xy^2 : x^2y = \frac{xy^2}{x^2y} = \frac{x \cdot y \cdot y}{x \cdot x \cdot y} = \frac{y}{x}$$

$$2. \frac{9x+18x^2}{3x} = \frac{9x(1+2x)}{3x} = 3(1+2x) = 3+6x$$

$$3. \frac{x^2+12x+36}{x+6} = \frac{(x+6)(x+6)}{(x+6)} = x+6$$

## E. FPB dan KPK Bentuk Aljabar

Contoh:

Carilah FPB dan KPK dari bentuk:  $12xy^2$ ,  $24xyz^2$  dan  $8x^2yz$  !

Jawab:

FPB → ambil faktor yang sama dengan pangkat terkecil

KPK → ambil semua faktor yang sama, pilih faktor dengan pangkat terbesar

Faktor prima:

$$12xy^2 = 2^2 \cdot 3 \cdot x \cdot y^2$$

$$24xyz^2 = 2^3 \cdot 3 \cdot x \cdot y \cdot z^2$$

$$8x^2yz = 2^3 \cdot x^2 \cdot y \cdot z$$

$$\text{FPB} = 2^2 \cdot x \cdot y = 4xy$$

$$\text{KPK} = 2^3 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot z^2 = 24 x^2 y^2 z^2$$